



ANÁLISE PROBABILÍSTICA DA CONTAMINAÇÃO DA ÁGUA  
SUBTERRÂNEA USANDO MÉTODOS DE CONFIABILIDADE DE  
PRIMEIRA E SEGUNDA ORDEM

PROBABILISTIC ANALYSIS OF GROUNDWATER CONTAMINATION  
USING FIRST AND SECOND ORDER RELIABILITY METHODS

Vanessa Almeida de Godoy<sup>1</sup>; Gian Franco Napa-García<sup>2</sup>

Artigo recebido em: 23/01/2017 e Aceito para publicação em: 06/04/2017.

DOI: <http://dx.doi.org/10.14295/ras.v31i2.28803>

**Resumo:** Este artigo mostra um exemplo de aplicação da estimativa da probabilidade de um contaminante exceder uma máxima concentração especificada (probabilidade de excedência,  $P_f$ ), usando métodos de confiabilidade de primeira (FORM) e segunda ordem (SORM) para diversas concentrações iniciais de um soluto hipotético, sem biodegradação e tempos de análise de 5 e 10 anos, considerando-se um fluxo unidimensional em solo arenoso. A validade dos resultados foi avaliada comparando os resultados obtidos de FORM e SORM com aqueles da Simulação de Monte Carlo (SMC). Para uma mesma concentração inicial, a  $P_f$  aumentou com o aumento do tempo de análise. Para ambos os tempos de análise (5 e 10 anos) e métodos aplicados, a  $P_f$  tende a aumentar com o aumento da concentração inicial. A comparação entre os valores de  $P_f$  obtidos com FORM e SORM e com a SMC mostra que a partir de 50  $\mu\text{g/L}$  de concentração inicial a SMC e o FORM apresentam valores de  $P_f$  muito próximos. Os valores obtidos com o SORM apresentaram proximidade com aqueles resultantes da SMC apenas para as concentrações iniciais de 50 e 100  $\mu\text{g/L}$ . A proximidade dos valores de  $P_f$  obtidos com SMC e FORM indicam que o uso deste método de confiabilidade é útil na obtenção da  $P_f$ , além de ser uma maneira mais rápida do que a SMC.

**Palavras-chave:** Transporte de contaminante. Probabilidade de excedência. FORM. SORM. SMC.

**Abstract:** This paper shows an example of the application of the estimation of the probability of a contaminant exceeding a specified maximum concentration (probability of exceedance,  $P_f$ ) using first order (FORM) and second order (SORM) reliability methods for several initial concentrations and analysis times of 5 and 10 years. The validity of the results was evaluated comparing the obtained results of FORM and SORM with those of Monte Carlo Simulation (MCS). For the same initial concentration,  $P_f$  increased with increasing time. For both analysis times (5 and 10 years) and applied methods,  $P_f$  tends to increase with the increase in the initial concentration. The comparison between the values of  $P_f$  obtained with FORM and SORM and with SMC shows that from 50  $\mu\text{g/L}$  of initial concentration SMC and FORM have very close  $P_f$  values. The values obtained with the SORM were close to those resulting from the SMC only for the initial concentrations of 50 and 100  $\mu\text{g/L}$ . The proximity of the  $P_f$  values obtained with SMC and FORM indicate that the use of this reliability method is useful in obtaining the  $P_f$ , besides being a faster way than the SMC.

**Keywords:** Contaminant transport. Probability of exceedance. FORM. SORM. MCS.

## 1 INTRODUÇÃO

Apesar da importância estratégica da preservação da qualidade das águas subterrâneas, esse recurso vem sofrendo várias pressões em decorrência do aumento da quantidade de áreas contaminadas por atividades industriais, urbanas e agrícolas, o que pode aumentar o risco relacionado às

contaminações. Neste artigo, será utilizada a definição de risco proposta por Freeze *et al.* (1990), em que o mesmo é definido como a probabilidade de excedência, ou seja, probabilidade de ser identificada uma concentração superior a uma concentração objetivo, ou aceitável, determinada por algum órgão ambiental, multiplicada pelos custos esperados de falha (consequências), dessa

<sup>1</sup> Universidade de São Paulo (USP), Departamento de Geotecnia. E-mail: ([valmeida@usp.br](mailto:valmeida@usp.br))

<sup>2</sup> Instituto Tecnológico Vale. E-mail: ([gian.garcia@itv.org](mailto:gian.garcia@itv.org))

contaminação. As consequências podem ser diversas, como por exemplo, econômicas e efeitos adversos à vida, à saúde humana, ou ao meio ambiente, assim, o tipo de análise de risco que será feita dependerá das consequências que se objetivam considerar (INTERNATIONAL SOCIETY OF SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 2004; ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014).

Assim, a determinação da probabilidade de excedência é uma etapa essencial na análise de risco, seja ele econômico ou à saúde. No entanto, para a determinação desta probabilidade é necessário que se conheçam as incertezas correspondentes à aleatoriedade natural dos fenômenos físicos, químicos, biológicos e atmosféricos que podem estar relacionados ao transporte de solutos (HAMED, 1996).

Ainda que não considerassem as incertezas, os modelos determinísticos foram, por muitos anos, os mais usados para previsão do transporte de contaminantes (HAMED, 1996). Essa defasagem estimulou estudos na área de modelagem probabilística e estocástica do fluxo de água subterrânea e transporte de contaminantes nas últimas décadas (SITAR et al., 1987; JANG et al., 1994; HAMED, 1996; LI et al., 2005; BAALOUSHA; KÖNGETER, 2006) por meio de diversos métodos, dentre eles a simulação de Monte Carlo (SMC) e métodos de confiabilidade.

A SMC é um dos métodos mais comumente utilizados para lidar com incertezas no campo de transporte de solutos em águas subterrâneas (NAPA-GARCÍA et al., 2014). Sua principal vantagem é a fácil implementação computacional. No entanto, SMC requer uma grande quantidade de realizações para alcançar resultados satisfatórios, principalmente para eventos com baixa probabilidade (da ordem de  $10^{-6}$ ). Alternativamente à SMC, os métodos de confiabilidade são mais rápidos e eficientes em termos computacionais. Entre os métodos de confiabilidade, os mais usados são o método de confiabilidade de primeira ordem,

também chamado de FORM (first order reliability method) e o método de confiabilidade de segunda ordem, SORM (second order reliability method). Estes dois métodos foram desenvolvidos no contexto da confiabilidade estrutural e apresentam algumas características atrativas que os tornam ferramentas poderosas para o estudo probabilístico de contaminação da água subterrânea.

A eficiência computacional de FORM/SORM representa uma significativa redução do esforço computacional que normalmente é gasto quando se realizam simulações de Monte Carlo. Esta economia de esforço computacional é mais substancial para eventos de baixa probabilidade, valores na ordem  $10^{-6}$ . Além disso, alguns investigadores têm mostrado a possibilidade de incorporar as respostas discretas de modelos numéricos complexos para esses tipos de análises (SUDRET; KIUREGHIAN, 2000; KODURU; HAUKAAS, 2010). Neste contexto, este artigo apresenta um exemplo de aplicação das técnicas FORM e SORM para a estimação da probabilidade de excedência de uma dada máxima concentração para um soluto miscível hipotético não-biodegradável. O meio hipotético considerado neste problema será um meio poroso saturado, com fluxo unidimensional adotado na direção do eixo  $x$ . A validade dos resultados é avaliada por meio da comparação com as estimativas das probabilidades feitas utilizando SMC, considerado um método exato.

## 2 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Transporte de contaminantes envolve muitas incertezas, que são relacionadas a processos naturais e que, portanto, não podem ser evitadas. Estas incertezas se manifestam desde as heterogeneidades do meio físico até as propriedades químicas, físicas e biológicas do contaminante que está sendo transportado (HAMED, 1996; LI et al., 2005; BAALOUSHA; KÖNGETER, 2006). Para lidar com as incertezas, os parâmetros de transporte de contaminantes podem ser interpretados como sendo variáveis aleatórias,

VA. As VA que representam os parâmetros do problema são agrupados e representados pelo vetor  $\mathbf{X}$ . Desta maneira, o desempenho de um determinado comportamento é descrito através da sua função de *performance*,  $g(\mathbf{X})$ , da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \Omega_s &= \{\mathbf{X} | g(\mathbf{X}) > 0\} && \text{domínio de segurança} \\ \Omega_f &= \{\mathbf{X} | g(\mathbf{X}) \leq 0\} && \text{domínio de falha} \end{aligned} \quad (1)$$

Assim, a probabilidade de falha,  $P_f$ , dentro do domínio de falha,  $\Omega_f$ , (chamada de excedência, para o problema de contaminação) é a quantificação de probabilidade do vetor  $\mathbf{X}$  adotar um valor

$$P_f = \int_{\Omega_f} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \quad (2)$$

onde:  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$  é a função de densidade de probabilidade conjunta de  $\mathbf{X}$ .

A solução da Equação 2 normalmente é muito difícil de se obter analiticamente. Desta maneira, métodos de aproximação se fazem necessários para lidar com essa limitação. Neste sentido, os métodos de confiabilidade como o FORM, SORM e SMC são usados para superar este problema.

### 2.1 FORM – Método de Confiabilidade de Primeira Ordem

O método de confiabilidade de primeira ordem é o método de confiabilidade mais utilizado em segurança estrutural. Este método permite incorporar a informação completa das distribuições das VAs assim como a correlação entre estas (HASOFER; LIND, 1974; RACKWITZ; FLESSLER, 1978).

Consiste basicamente em duas etapas:

$$\begin{aligned} &\text{encontrar: } \mathbf{y}^* \\ &\text{que minimiza: } \beta = \sqrt{\mathbf{y}^T \cdot \mathbf{y}} \\ &\text{sujeito a: } g(\mathbf{y}) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Este problema pode ser resolvido por meio de algoritmos de otimização, como o Hasofer-Lind Rackwitz-Fiessler (HLRF) (HASOFER; LIND, 1974; RACKWITZ; FLESSLER, 1978) ou por sua versão melhorada iHLRF (LIU; KIUREGHIAN,

encontrar o ponto de projeto e aproximar a probabilidade de falha ao redor deste ponto por meio de um hiperplano. O ponto de projeto é o ponto sobre o domínio de falha com a maior probabilidade de ocorrência. Com o conhecimento do ponto de projeto, determina-se o índice de confiabilidade,  $\beta$ , que pode ser definido como uma medida geométrica da probabilidade de falha e corresponde à mínima distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão.

A busca pelo ponto de projeto normalmente é realizada em um espaço Gaussiano  $\mathbf{Y}$ , ou seja, o espaço onde todas as VA não possuem correlação e são normalmente distribuídas. Neste espaço o ponto de projeto pode ser encontrado por meio de um processo de otimização da seguinte forma:

DER, 1986). Uma vez que o ponto de projeto ( $\mathbf{y}^*$ ) é encontrado, uma aproximação de primeira ordem é determinada usando o índice

de confiabilidade ( $\beta_{\text{FORM}} = \sqrt{\mathbf{y}^{*T} \cdot \mathbf{y}^*}$ ):

$$P_{f\text{-FORM}} = \Phi(-\beta_{\text{FORM}}) \quad (4)$$

onde  $\Phi(\cdot)$  é a função de densidade cumulativa de probabilidade no espaço Gaussiano.

baseado em uma série de expansão de Taylor de primeira ordem da função de performance ao redor de tentativas do ponto de projeto ( $y_k$ ). A seguinte expressão é útil ao executar aproximações iterativas.

## 2.2 Algoritmo de Otimização HRLF

O Algoritmo de otimização HRLF é

$$y_{k+1} = -\alpha_k \left[ \beta_k + \frac{g(y_k)}{\|\nabla g(y_k)\|} \right] \quad (5)$$

$$\alpha_k = \frac{\nabla g(y_k)}{\|\nabla g(y_k)\|} \quad (6)$$

onde  $\nabla$  é o operador gradiente.

## 2.3 SORM – Second Order Reliability Method

Breitung (1984) sugeriu realizar a estimativa da probabilidade de falha em um sistema que apresenta uma superfície de estado limite não linear através de uso de uma superfície quadrática. Posteriormente, outros

autores realizaram aproximações com base na mesma ideia de equações quadráticas (TVEDT, 1983; CAI; ELISHAKOFF, 1994; KÖYLÜOĞLU; NIELSEN, 1994; ZHAO; ONO, 1999).

Contudo, apenas a formulação de Breitung foi utilizada neste artigo devido a ser a mais utilizada na literatura. A aproximação assintótica de Breitung é apresentada na equação:

$$P_{f\text{-SORM}} = \Phi(-\beta_{\text{FORM}}) \cdot \prod_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \beta_{\text{FORM}} \cdot k_i}} \quad (7)$$

onde  $k_i$  é a  $i$ -ésima curvatura da superfície quadrática aproximada para o estado limite;  $n$  é o número de variáveis aleatórias do problema.

As curvaturas principais da superfície são obtidas através de uma rotação do eixo de coordenadas. A ideia principal é a de encontrar o sistema de coordenadas que

suporta a superfície. Para isto, o gradiente da superfície de estado limite no ponto de projeto,  $\nabla g(y^*)$ , é determinado de modo que as suas componentes formem uma base para a superfície quadrática. O processo de aproximação ocorre no espaço normal padrão ou Gaussiano  $\mathbf{Y}$ . Assim, a matriz  $\mathbf{G}$  base da superfície pode ser calculada como:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial g(y^*)/\partial y_1}{\|\nabla g(y^*)\|} & -\frac{\partial g(y^*)/\partial y_2}{\|\nabla g(y^*)\|} & \dots & -\frac{\partial g(y^*)/\partial y_n}{\|\nabla g(y^*)\|} \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Posteriormente, a base ortonormal da superfície quadrática  $\mathbf{V}_0$  é o resultado da diagonalização da matriz  $\mathbf{G}$ . Assim sendo, o algoritmo de ortogonalização de Gram-Schmidt pode ser utilizado para obter a matriz  $\mathbf{V}_0$ . Como a  $n$ -ésima linha da base ortonormal tem que coincidir com o vetor gradiente

normalizado, a primeira linha de  $\mathbf{V}_0$  é relocada para a última linha. Esta nova matriz,  $\mathbf{V}$ , é a matriz de rotação de  $\mathbf{Y}$  para a base do espaço da superfície de aproximação. Consequentemente, a matriz Hessiana  $\mathbf{H}_Y$  no espaço de base  $\mathbf{V}$  é obtida da seguinte maneira:

$$\mathbf{H}_V = \frac{\mathbf{V}^T \cdot \mathbf{H}_Y \cdot \mathbf{V}}{\|\nabla g(y^*)\|} \quad (9)$$

onde  $\mathbf{H}_Y$  é a matriz Hessiana da função de performance no ponto de projeto.

## 2.4 SMC – Simulação de Monte Carlo

Se o número de realizações tender ao infinito, então a SMC é considerada um método exato, o que significa dizer que a precisão do método depende da quantidade de amostras. No entanto, na prática o número de amostras não pode ser infinito, existindo técnicas que estimam os erros da inferência (HONJO, 2008; RUBINSTEIN; KROESE, 2016).

Na SMC são feitas realizações das variáveis aleatórias através do sorteio de seus

valores em suas distribuições estatísticas e correlações. Neste ponto, a geração de números aleatórios é fundamental e pode ser realizada com funções para a geração de números pseudo-aleatórios (RUBINSTEIN; KROESE, 2016). Alguns pacotes de software comerciais como o Mathematica (WOLFRAM RESEARCH INC., 2012) já possuem geradores implementados internamente.

Depois de feitas todas as realizações, a média do estimador da probabilidade de falha é calculada como o quociente entre o número de amostras que apresentaram falha e o número total de realizações (Equação 10).

$$E[\hat{P}_f] = P_f = \frac{n_{falhas}}{n_{total}} \quad (10)$$

E a variância do estimador é:

$$\text{var}[\hat{P}_f] = \frac{1}{n_{total}} P_f (1 - P_f) \quad (11)$$

Entretanto, de acordo com o critério de desigualdade de Chebyshev o número necessário de amostras que precisam ser

realizadas para satisfazer um erro limite máximo  $\epsilon$  com um nível de confiança superior a  $\alpha$  é dado por:

$$n_{total} > \frac{P_f (1 - P_f)}{(1 - \alpha) \epsilon^2} \quad (12)$$

## EXEMPLO DE APLICAÇÃO

### Definição do modelo de transporte de contaminante

Foi adotado um modelo de transporte unidimensional considerando a presença de retardamento ( $R_d$ ). A escolha pelo modelo unidimensional deu-se pelo fato de este

permitir o uso de solução analítica e, portanto, exata, garantindo a avaliação rápida e adequada das técnicas de aproximação da probabilidade FORM e SORM. Utilizou-se a Equação (13) (OGATA; BANKS, 1961), para que se obtivesse a concentração no espaço e no tempo  $C(x,t)$  que representa o transporte de contaminantes em meio poroso saturado unidimensional.

$$R_d \frac{\partial C}{\partial t} = D_{h,x} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v_x \frac{\partial C}{\partial x} \quad (13)$$

em que  $R_d$  é o fator de retardamento,  $C$  representa a concentração do soluto na fase dissolvida no meio aquoso [ $ML^{-3}$ ];  $v_x$  a velocidade da água nos poros na direção  $x$  [ $LT^{-1}$ ]; e,  $t$  o tempo [T];  $D_{h,x}$  o coeficiente de dispersão hidrodinâmica na direção  $x$  [ $L^2T^{-1}$ ].

Ogata & Banks (1961) propuseram a

Equação 14 para solucionar analiticamente a equação diferencial parcial (Equação 13) que governa o processo de transporte advectivo-dispersivo em um meio homogêneo e isotrópico, com as condições de contorno adequadas e fluxo constante através da coluna de solo, onde:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erfc} \left( \frac{L - v_x t}{2\sqrt{D_{h,x}t}} \right) + \exp \left( \frac{v_x L}{D_{h,x}} \right) \operatorname{erfc} \left( \frac{L + v_x t}{2\sqrt{D_{h,x}t}} \right) \right] \quad (14)$$

$L$  representa a distância entre a fonte de contaminação e o ponto de observação [L], onde, por exemplo, o início é o ponto de identificação de um vazamento e o final é um local onde objetiva saber se chegará a contaminação,  $v$  a velocidade linear média [ $LT^{-1}$ ],  $t$  o tempo [T] e  $\operatorname{erfc}$  é a função erro complementar.

Para o caso de solutos reativos, ou seja,

que possuem um fator de retardamento ( $R_d > 1$ ), os parâmetros  $v$  e  $D_{h,x}$  da Equação 14 devem ser divididos pelo  $R_d$ . A  $\operatorname{erfc}$  se relaciona com a distribuição normal o que significa que a solução descrita pela Equação 14 é normalmente distribuída.

A  $\operatorname{erfc}$  relaciona-se com a função erro,  $\operatorname{erf}$ , da seguinte forma:

$$\operatorname{erfc}(\beta) = 1 - \operatorname{erf}(\beta) \quad (15)$$

O valor de  $\operatorname{erfc}(\beta)$  é igual a zero para qualquer valor positivo de  $\beta$  maior do que 3,0 e 1,0 para  $\beta$  igual a zero. Para valores de  $\beta$

menores que zero a  $\operatorname{erfc}$  é computada a partir das seguintes relações:

$$\operatorname{erfc}(-\beta) = 1 + \operatorname{erf}(\beta) \quad (16)$$

Sendo que a  $\operatorname{erf} \beta$  é definida como:

$$\operatorname{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\beta} e^{-t^2} dt \quad (17)$$

A Equação 17 não pode ser resolvida analiticamente, mas os valores de  $\beta$  são tabulados por Freeze & Cherry (1979). Além disso, ela pode ser aproximada analiticamente por:

$$\operatorname{erf}(\beta) = \sqrt{1 - \exp\left(\frac{-4\beta^2}{\pi}\right)} \quad (18)$$

### Variáveis do problema

No exemplo de aplicação aqui estudado o meio hipotético considerado será um solo arenoso. As variáveis aleatórias independentes do problema são a condutividade hidráulica ( $K$ ), a porosidade efetiva ( $n$ ) e a dispersividade longitudinal ( $\alpha$ ). As variáveis aleatórias dependentes são a velocidade linear média ( $v_x$ ) e o coeficiente de dispersão hidrodinâmica

( $D_{h,x}$ ). A Tabela 1 mostra os parâmetros das distribuições estatísticas das variáveis aleatórias. Os valores utilizados foram consistentes com aqueles encontrados na literatura (CIOLLARO; ROMANO, 1995; HAMED, 1996; HAMED et al., 1996; BUTTLE; HOUSE, 1997; MONTENEGRO et al., 1999; MONTENEGRO; MONTENEGRO, 2006; SUDICKY et al., 2010; NAPA-GARCÍA; GODOY, 2015; VARDON et al., 2016).

**Tabela 1** - Variáveis aleatórias: distribuições e seus parâmetros

**Table 1** - Random variables: distributions and their parameters

V.A independentes	Distribuição	Parâmetros
K (m/s)	LN	Média= 5,0E10 <sup>-5</sup> m/s Desv.= 5,0E10 <sup>-5</sup> m/s
$\alpha$ (m)	N	Média= 5,0 m Desv.= 1,5 m
n	U	Intervalo: 0,3-0,5

LN: distribuição lognormal; N: distribuição normal; U: distribuição uniforme; Desv: desvio padrão

As outras variáveis do problema, assumidas como determinísticas foram: gradiente hidráulico,  $i$ , concentração inicial da solução contaminante,  $C_0$ , fator de retardamento,  $R_d$ , comprimento da fonte de contaminação,  $L$ , tempo de análise,  $t_{análise}$ , e concentração objetivo,  $C_{objetivo}$ .

A concentração objetivo adotada neste exemplo foi de 5  $\mu\text{g/L}$ . O comprimento da fonte de contaminação foi de 30 metros, gradiente hidráulico de 0,025 e o fator de retardamento utilizado foi de 7, valores de acordo com os valores obtidos por outros

autores (OLIVEIRA, 2001; LEE et al., 2015). Variaram-se as concentrações iniciais de 6 a 1000  $\mu\text{g/l}$ . Todas as análises foram feitas para  $t_{análise}$  de 5 e 10 anos, conforme sugere CETESB (2007) como sendo tempos necessários para ser realizada modelagem da expansão da pluma de contaminação dissolvida de um soluto biodegradável. No entanto, por simplicidade, neste problema não foi considerada a biodegradação do composto hipotético.

### Função de performance

No transporte de contaminantes o evento de falha pode ser definido como a ocorrência de uma concentração observada ( $C_{observada}$ ) acima de uma concentração limite,

$C_{objetivo}$ , para um tempo máximo pré-estabelecido, *tanálise* (SITAR et al., 1987; JANG et al., 1994; HAMED, 1996; LI et al., 2005; BAALOUSHA; KÖNGETER, 2006). Assim a função de performance torna-se:

$$g_{tc}(\mathbf{X}) = C_{objetivo} - C_{observada}(\mathbf{X}) \quad (19)$$

O valor da  $C_{observada}$  é dependente das VA do problema e, por tanto, é função do vetor  $\mathbf{X}$  de VA. Desta maneira, a

probabilidade de que a  $C_{observada}$  exceda a  $C_{objetivo}$  é dada por (HAMED, 1996):

$$P_f = P[g_{tc}(\mathbf{X}) \leq 0] = P[C_{objetivo} \leq C_{observada}(\mathbf{X})] = \int_{g_{tc}(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (20)$$

A máxima probabilidade de excedência aceitável adotada neste artigo é de  $10^{-5}$ .

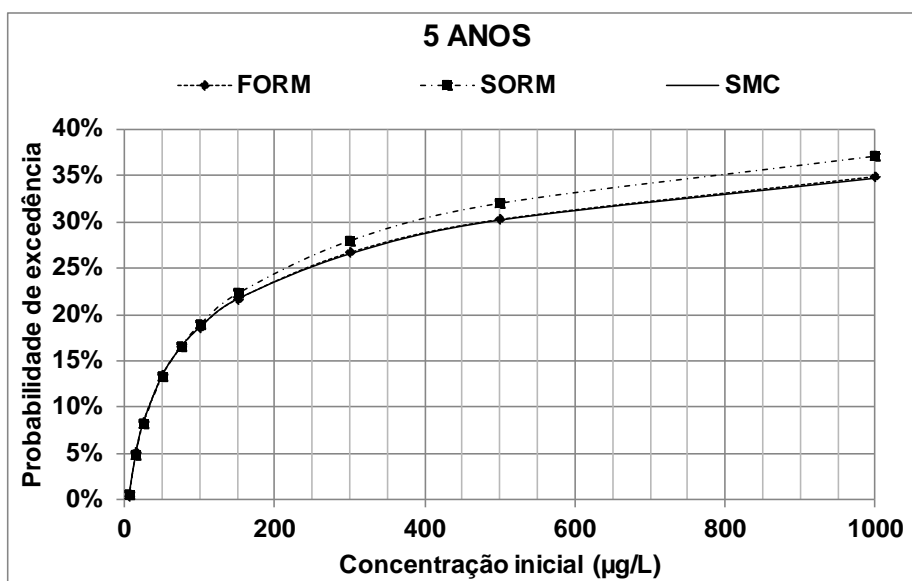
As análises de confiabilidade com FORM e SORM foram realizadas por meio do programa de cálculo de confiabilidade estrutural StRAnD – *Structural Reliability Analysis and Design* (BECK, 2011). Para as SMC foi utilizado o gerador automático do Mathematica 9.0 (WOLFRAM RESEARCH INC., 2012).

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

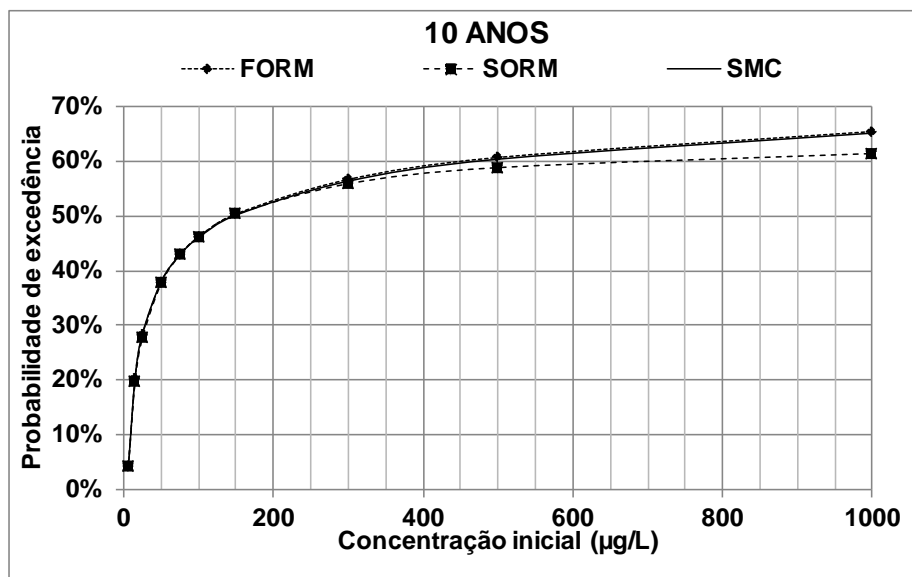
Ao se comparar os resultados da SMC com FORM e SORM para o tempo de análise de 5 e 10 anos (Figuras 1 e 2), nota-se que em 5 anos os três métodos apresentam valores muito próximos até a concentração inicial de

80  $\mu\text{g/L}$  com um erro médio de 3,6%. Para o tempo de 10 anos essa proximidade entre os métodos é observada até a concentração inicial de 150  $\mu\text{g/L}$  com um erro de 0,56 %. No entanto, para concentrações acima de 80  $\mu\text{g/L}$  e 150  $\mu\text{g/L}$ , para 5 e 10 anos respectivamente, os valores obtidos com a SMC apenas apresentam-se mais próximos daqueles obtidos com FORM. Essa diferença pode ser justificada por características do método SORM, que faz uma boa aproximação da LSS quando a  $P_f$  é baixa e sua aproximação torna-se pior com o aumento da  $P_f$ . Além disso, esse resultado indica que para as condições do problema estudado a LSS provavelmente apresenta formato linear, já que o FORM aproxima bem a  $P_f$  tanto para baixas quanto para altas probabilidades, o que dispensa o uso de SORM.





**Figura 1-** Comparação da probabilidade de excedência (FORM, SORM, SMC) no  $t_{análise} = 5$  anos  
**Figure 1-** Comparison of the exceedancy probability (FORM, SORM, MCS) for  $t_{analysis} = 5$  years



**Figura 2-** Comparação da probabilidade de excedência (FORM, SORM, SMC) no  $t_{análise}$  de 10 anos  
**Figura 3 -** Comparison of the exceedancy probability (FORM, SORM, MCS) for  $t_{analysis} = 10$  years

Analisando as Figuras 1 e 2, é possível observar que para uma mesma concentração inicial, a probabilidade de excedência aumenta com o aumento do tempo de análise. Isto porque o contaminante continua a se mover no perfil do solo na direção do fluxo, ou seja, longitudinalmente, e quanto maior o tempo em que ele permanecer no solo, maior será a probabilidade de que ele alcance 30 m de profundidade, mesmo com os efeitos de retardamento atuantes. Além disso, para ambos os tempos de análise e para os três métodos aplicados, a probabilidade de

excedência tende a aumentar com o aumento da concentração inicial.

Variações na concentração inicial podem ter efeitos muito sérios em termos da probabilidade de excedência relacionada a determinado vazamento de contaminante no solo, este efeito se vê potencializado pelo aumento do tempo de análise. Com isso, evidencia-se a necessidade de rápida identificação de vazamentos e da aplicação de técnicas de remediação, reduzindo o tempo de permanência do contaminante no solo, reduzindo as probabilidades de excedência.

## 4 CONCLUSÕES

As análises probabilísticas são de extrema importância nos estudos de transporte de contaminantes dada as incertezas intrínsecas relacionadas. Neste artigo foi apresentado um estudo sobre o transporte de um soluto hipotético, sem biodegradação e tempos de análise de 5 e 10 anos, considerando-se um fluxo unidimensional em solo arenoso, ou seja, simplificações da realidade. Para os dois tempos de análise estudados (5 e 10 anos) nota-se que para as condições do problema a LSS provavelmente apresenta formato linear, o que dispensa o uso de SORM. Por outro lado, a proximidade dos valores de  $P_f$  obtidos com SMC e FORM indicam que o uso deste método de confiabilidade é útil na obtenção da  $P_f$ , além de ser uma maneira mais rápida do que a SMC. Apesar disso, concluiu-se que com o aumento do tempo de análise ocorre aumento das probabilidades de excedência para uma mesma concentração inicial, indicando a necessidade da rápida contenção e identificação de vazamentos, reduzindo as probabilidades de excedência.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16337**: 2014 Gerenciamento de riscos em projetos - Princípios e diretrizes gerais. Rio de Janeiro: ABNT, 2014. 20p .

BAALOUSHA, H.; KÖNGETER, J. Stochastic modelling and risk analysis of groundwater pollution using FORM coupled with automatic differentiation. **Advances in Water Resources**, 2006.

BECK, A. T. StRAnD - Structural Reliability Analysis and Design. Desenvolvimento de Programa Computacional para Análise de Confiabilidade de Estruturas (Version 1.07). , 2011.

BUTTLE, J.; HOUSE, D. Spatial variability of saturated hydraulic conductivity in shallow macroporous soils in a forested basin. **Journal of Hydrology**, 1997.

CAI, G.; ELISHAKOFF, I. Refined second-order

reliability analysis. **Structural Safety**, 1994.

CIOLLARO, G.; ROMANO, N. Spatial variability of the hydraulic properties of a volcanic soil. **Geoderma**, 1995.

COMPANHIA AMBIENTAL DO ESTADO DE SÃO PAULO (CETESB). **Decisão de diretoria nº 103-2007/C/E, de 22 de junho de 2007**. 2007.

FREEZE, R. A.; CHERRY, J. A. Groundwater, 604 pp. , 1979.

FREEZE, R. A.; MASSMANN, J.; SMITH, L.; SPERLING, T.; JAMES, B. Hydrogeological Decision Analysis: 1. A Framework. **Ground Water**, v. 28, n. 5, p. 738–766, 1990.

HAMED, M. Reliability-based uncertainty analysis of groundwater contaminant transport and remediation. , 1996.

HAMED, M.; BEDIENT, P.; CONTE, J. Numerical stochastic analysis of groundwater contaminant transport and plume containment. **Journal of contaminant hydrology**, 1996.

HASOFER, A.; LIND, N. Exact and invariant second-moment code format. **of the Engineering Mechanics division**, 1974.

HONJO, Y. Monte Carlo simulation in reliability analysis. In: K. Phoon (Ed.); **Reliability-based design in geotechnical engineering: computations and applications**. 1st ed., p.169–191, 2008.

INTERNATIONAL SOCIETY OF SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING. **TC304 - Glossary of Risk Assessment Terms - Version 1, July 2004**. ISSMGE, 2004.

JANG, Y.-S.; SITAR, N.; KIUREGHIAN, A. DER. Reliability analysis of contaminant transport in saturated porous media. **Water Resources Research**, v. 30, n. 8, p. 2435–2448, 1994.

KODURU, S.; HAUKAAS, T. Feasibility of FORM in finite element reliability analysis. **Structural Safety**, 2010.

KÖYLÜOĞLU, H.; NIELSEN, S. New approximations for SORM integrals. **Structural Safety**, 1994.

LEE, B.; LEE, J.; YOON, H.; LEE, E. Hydraulic experiments for determination of in-situ hydraulic

- conductivity of submerged sediments. **Scientific reports**, 2015.
- LI, Y.; LEBOEUF, E.; BASU, P.; MAHADEVAN, S. Stochastic modeling of the permeability of randomly generated porous media. **Advances in Water Resources**, 2005.
- LIU, P.-L.; KIUREGHIAN, A. DER. **Optimization algorithms for structural reliability analysis**. California, USA, 1986.
- MONTENEGRO, A.; MONTENEGRO, S. Variabilidade espacial de classes de textura, salinidade e condutividade hidráulica de solos em planície aluvial. **Revista Brasileira de Engenharia**, 2006.
- MONTENEGRO, S.; MONTENEGRO, A.; MACKAY, R. Caracterização da variabilidade espacial de parâmetros hidráulicos em solos aluviais no estado de Pernambuco. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, 1999.
- NAPA-GARCÍA, G.; GODOY, V. DE. Soil Dewatering Modeling in an Spatially Variable Soil Mass. 15th Pan-American Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. **Anais...** . p.1113–1120, 2015.
- NAPA-GARCÍA, G.; GODOY, V. DE; ZUQUETTE, L. Probabilistic Analysis of Contaminant Transport via Monte Carlo Simulation. **Electronic Journal of Geotechnical Engineering**, v. 19, p. 6847–6856, 2014.
- OGATA, A.; BANKS, R. **A solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous media: fluid movement in earth materials**. 1961.
- OLIVEIRA, E. FATORES DE RETARDAMENTO E COEFICIENTES DE DISPERSÃO-DIFUSÃO DE FÓSFORO, POTÁSSIO E NITROGÊNIO EM CINCO SOLOS DE MINAS. , 2001.
- RACKWITZ, R.; FLESSLER, B. Structural reliability under combined random load sequences. **Computers & Structures**, 1978.
- RUBINSTEIN, R.; KROESE, D. **Simulation and the Monte Carlo method**. 2016.
- SITAR, N.; CAWLFIELD, J. D.; KIUREGHIAN, A. DER. First-order reliability approach to stochastic analysis of subsurface flow and contaminant transport. **Water Resources Research**, v. 23, n. 5, p. 794–804, 1987.
- SUDICKY, E. A.; ILLMAN, W. A.; GOLTZ, I. K.; ADAMS, J. J.; MCLAREN, R. G. Heterogeneity in hydraulic conductivity and its role on the macroscale transport of a solute plume: From measurements to a practical application of stochastic flow and transport theory. **Water Resources Research**, v. 46, n. 1, p. n/a-n/a, 2010.
- SUDRET, B.; KIUREGHIAN, A. DER. **Stochastic finite element methods and reliability: a state-of-the-art report**. 2000.
- TVEDT, L. Two second-order approximations to the failure probability. **Veritas Report RDIV/20-004**, v. 83, 1983.
- VARDON, P. J.; LIU, K.; HICKS, M. A. Reduction of slope stability uncertainty based on hydraulic measurement via inverse analysis. **Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards**, v. 10, n. 3, p. 223–240, 2016.
- WOLFRAM RESEARCH INC. Mathematica. , 2012.
- ZHAO, Y.-G.; ONO, T. New Approximations for SORM: Part 1. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 125, n. 1, p. 79–85, 1999.