

SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTO DE ÁGUA SUBTERRÂNEA EM MEIO POROSO FRATURADO USANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS ANALÍTICOS

Ivan Silvestre Paganini Marin^{*}; Rafael Chaves Guanabara^{*}; Edson Wendland^{*} e Otto D. L. Strack^{**}

Resumo

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um método para simulação de escoamento em água subterrânea em meio poroso fraturado, usando o Método de Elementos Analíticos. Sendo relevante em diferentes contextos, como o armazenamento de combustível nuclear usado e material de descomissionamento de reatores nucleares em repositórios geológicos. Fraturas devem ser explicitamente incluídas no processo de modelagem, pois estão presentes em quase todas as formações geológicas e podem propagar água subterrânea e, portanto, solutos e contaminantes em ordens de magnitude mais rápido que o meio poroso por si só. Apesar dos métodos tradicionais de simulação, como elementos finitos, serem capazes de incluir fraturas, existe problemas de escala, já que tais métodos necessitam de discretização do domínio. O Método de Elementos Analíticos foi estendido para acomodar um elemento analítico para fraturas. A solução gerada a partir de uma inhomogeneidade formada por line doublets, foi comparada com a fratura, de forma satisfatória. Uma simulação para várias fraturas também é apresentada.

Abstract

We present the development of an analytic element for simulation of groundwater flow in fractured porous formations, using the Analytic Element Method (AEM). Simulation of groundwater flow in fractured porous media is relevant in different contexts, such as the storage of spent nuclear fuel and reactors decommission material in geologic waste repositories. Groundwater flow and transport studies must be conducted to assert the safety of the repositories, as groundwater is the main contaminant vector for biosphere. Inclusion of fractures in the modeling process is paramount, as fractures are usually present in almost all geologic domains, and can propagate groundwater and solutes several orders of magnitude faster than the porous media. Fractures also are characterized as multiscale problems - from centimeters to kilometers - can influence the behavior of the groundwater flow and the consequent solute transport. The fractures modeled in this work can be filled with porous materials, are considered to be vertical and follow the parallel plates approximation. Exact solutions for one fracture element allowed comparison with the numerical solutions and with fractured generated with the line doublet elements, with satisfactory results. A simulation for a system composed of several fractures with different apertures and lengths is presented.

Palavras-Chave – simulação, água subterrânea, meios porosos fraturados, hidrogeologia.

1. INTRODUÇÃO

Simulação de fluxo de águas subterrâneas em meios porosos fraturados é um assunto relevante, na luz dos recentes avanços no contexto de repositórios geológicos [1], por exemplo. As fraturas representam um papel importante no presente contexto, por serem presentes em quase todos os domínios geológicos e podem propagar águas subterrâneas (e solutos) ordens de magnitude mais rápido do que meios porosos. Os métodos usuais de simulação de fluxo de águas subterrâneas, enquanto capazes de incluir fraturas nas simulações, podem apresentar problemas nas diferentes escalas dos fenômenos envolvidos por causa de sua dependência da discretização do domínio [9, 7].

^{*} Universidade de São Paulo. Departamento de Hidráulica e Saneamento, Escola de Engenharia de São Carlos: Av. Trabalhador São-carlense 400, CP 359 São Carlos – SP, Brasil. e-mail: imarin@sc.usp.br, webpage: <http://albatroz.shs.eesc.usp.br/>

^{**} Department of Civil Engineering, University of Minnesota 500 Pillsbury Drive SE, Minneapolis MN 55455 USA.

Este trabalho propõe a melhora do Método de Elementos Analíticos (MEA) desenvolvendo um elemento analítico para o escoamento em fraturas, utilizando desenvolvimentos recentes como o uso de Integrais Singulares de Cauchy, combinado com o uso da Transformada de Joukowsky [10]. Estes avanços permitem melhorar a precisão nas condições numéricas de fronteira se ajustando a todos os elementos. São apresentadas soluções exatas para um elemento de fratura e várias fraturas. Tais resultados são comparados com elementos gerados por “line doublets”, com resultados satisfatórios.

1.1. O Método de Elementos Analíticos (MEA)

O Método de Elementos Analíticos, desenvolvido por Otto D. L. Strack [9], consiste na superposição de soluções das equações governantes para o fluxo de águas subterrâneas. Cada solução representa uma característica hidrogeológica, e os coeficientes livres são encontrados, usando as condições de contorno. Existem inúmeras formas [3, 1, 2, 6] para melhorar a precisão numérica ou para diminuir o tempo computacional necessário para resolver o sistema de equações resultante. Recentemente, Strack [10] utilizou a fórmula da Integral de Cauchy combinada com a Transformação de Joukowsky para satisfazer as condições de contorno para inomogeneidades circulares e “line doublets”.

1.1.1. Elemento Fratura

O elemento analítico para fratura é baseado no trabalho realizado por [7]. As fraturas são verticalmente integradas utilizando a aproximação de Dupuit Forchheimer. O modelo para uma fratura utiliza (s, n) como um sistema de coordenadas com sua origem no centro da fratura. A abertura b no sistema de coordenadas local Z [9] é igual a

$$b = b_m \sqrt{1 - X^2} \quad (1)$$

As equações de fluxo e movimento são obtidas da aproximação de placas paralelas [4]. A descarga na direção da fratura s , Q_s , é igual a

$$Q_s(s) = -k * b \frac{\partial \phi}{\partial s} \quad (2)$$

considerando um potencial complexo $\Omega(z)$, onde $\Omega(z) = \Phi + i\Psi$. O ângulo entre os eixos coordenados (s, n) e (x, y) é α . A derivada do potencial de descarga Φ na direção da fratura, s , é equivalente à parte real da descarga total $W(z)$, rotacionada pelo ângulo α :

$$\Re(W(z)e^{i\alpha}) = \frac{d\Phi}{ds} \quad (3)$$

A descarga na fratura é igual à diferença na função de fluxo em cada lado da fratura, denominada por Ψ^+ e Ψ^- :

$$Q_s = -(\Psi^+ - \Psi^-) = -k * b \frac{\partial \phi}{\partial s} = \frac{k * b}{k} \frac{\partial \Phi}{\partial s} = \frac{k * b}{k} \Re(W(z)e^{i\alpha}) \quad (4)$$

onde k é a condutividade hidráulica no meio poroso, k^* a da fratura. O potencial complexo para mais de uma fratura é descrito usando a forma de expansão em série:

$$\Omega(Z)_j = \sum_n a_{j,n} (Z + \sqrt{Z-1}\sqrt{Z+1})^n \quad (5)$$

Os coeficientes $a_{j,n}$ devem ser determinados para que as condições de contorno sejam satisfeitas. A condição de contorno (4) pode ser reescrita como

$$\sum_{n=1}^N a_{jn} \text{sen}(n\theta) = \frac{k * b * \text{sen}(\theta)}{k} \Re(W(z)e^{i\alpha_j}) \quad (6)$$

A equação (6) tem a mesma estrutura da expansão em série de Fourier, e a ortogonalidade de Fourier [5] pode ser utilizada para obtenção dos coeficientes não conhecidos. Note que o intervalo é restrito à $[0, \pi]$ para que a integral corra apenas sobre o elemento:

$$a_{jn} = \int_0^\pi \frac{k_j * b_j * \text{sen}(\theta)}{k} \Re(W(z)e^{i\alpha_j}) \text{sen}(n\theta_j) d\theta_j \quad (7)$$

A descarga total do lado direito é a descarga total presente no sistema, incluindo a fratura j .

2. RESULTADOS

As simulações apresentadas aqui foram implementadas utilizando Python e rodadas em um computador de mesa (“Desktop”). O sistema simulado é composto por 10 fraturas com diferentes aberturas e condutividades hidráulicas, descritas na Tabela 1. O domínio inclui um campo uniforme regional de fluxo, de intensidade 1.10^{-8} m²/s. A ordem de expansão da série para os elementos foi de 5.

Tabela 1: Parâmetros de simulação com fraturas com variação na orientação, abertura e condutividade hidráulica, calculados utilizando lei cúbica.

	K+(m/s)	b (m)
Fratura 1	0,000074	0,00030
Fratura 2	0,000033	0,00020
Fratura 3	0,000200	0,00050
Fratura 4	0,000033	0,00020
Fratura 5	0,000002	0,00005
Fratura 6	0,000013	0,00040
Fratura 7	0,000200	0,00040
Fratura 8	0,000290	0,00060
Fratura 9	0,000530	0,00080
Fratura 10	0,000200	0,00050
Fratura 11	0,000200	0,00050

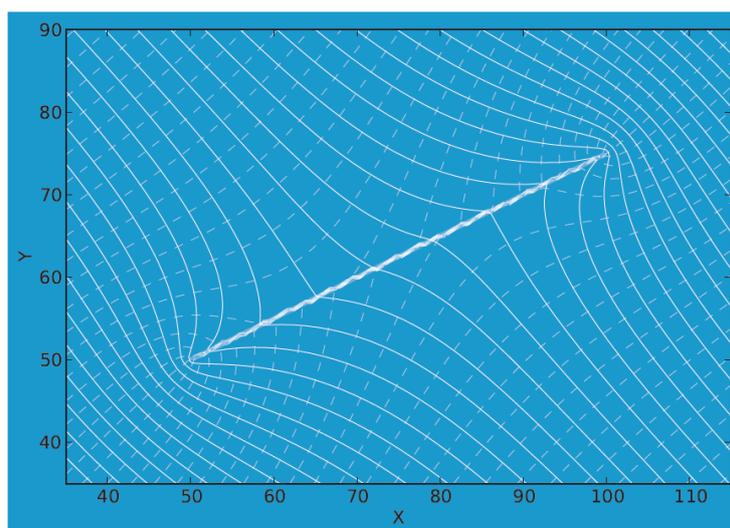


Figura 1: Isolinhas de potencial (linhas sólidas) e isolinhas de fluxo (linhas tracejadas) para uma fratura em fluxo regional uniforme.

O sistema mostrado na Figura 1 é de uma fratura com fluxo uniforme e ângulo de $\pi/4$ com relação à horizontal, e um fluxo regional uniforme de $Q_0 = 1.10^{-8}$ m²/s. A condutividade hidráulica da matriz de fundo é $K_b = 1.10^{-9}$ m/s. A Figura 2 tem os mesmos parâmetros globais.

3. CONCLUSÕES

- Foi desenvolvido um Elemento Analítico para fraturas em rochas;
- Foi desenvolvido um método matricial para resolução das condições de contorno das fraturas;
- Várias fraturas em um sistema podem ser simuladas com alta eficiência em um computador de mesa (“Desktop”), utilizando Python.

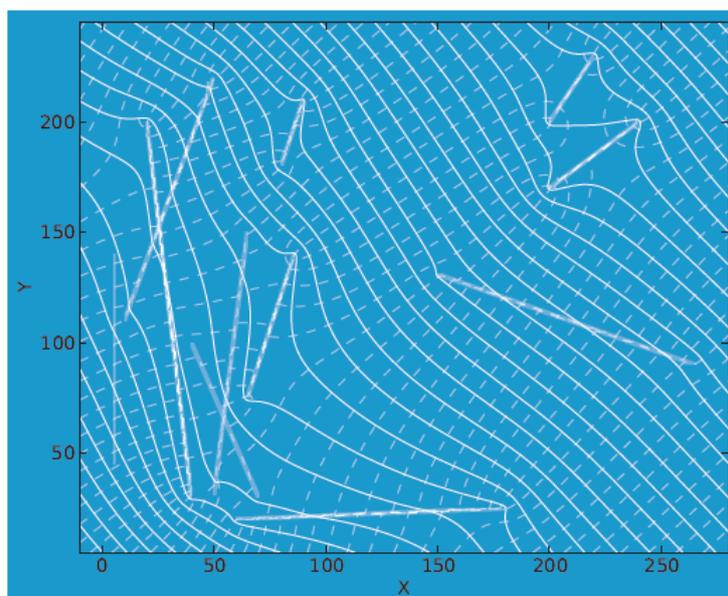


Figura 2: Isolinhas de potencial (linhas sólidas) e de fluxo (linhas tracejadas) para mais de uma fratura com tamanhos, aberturas e direções diferentes em região de fluxo uniforme.

4. REFERÊNCIAS

- [1] Brian Berkowitz. Characterizing flow and transport in fractured geological media: A review. *Advances in Water Resources*, 25(8-12):861-884, 2002.
- [2] Mark Bakker. Derivation and relative performance of strings of line elements for modeling (un)confined and semi-confined flow. *Advances in Water Resources*, 31(6):906-914, June 2008.
- [3] Mark Bakker and Victor A. Kelson. Writing analytic element programs in python. *Ground Water*, 47(6):828-834, 2009.
- [4] J Bear, C Tsang, and G de Marsily. *Flow and Contaminant Transport in Fractured Rock*. Academic Press, EUA, 1993.
- [5] Ruel V. Churchill, James W. Brown, and Roger F. Verhey. *Complex Variables and Applications*. McGraw-Hill, EUA, 1974.
- [6] I. Jankovic and R. Barnes. Three-dimensional flow through large numbers of spheroidal inhomogeneities. *Journal of Hydrology*, 226(3-4):224-233, December 1999.
- [7] Ivan S. P. Marin. *Aperfeiçoamento do Método de Elementos Analíticos para Simulação de Escoamento em Rochas Porosas Fraturadas*. Tese de doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, 2011.
- [8] Otto D. L. Strack. Analytic modeling of flow in a permeable fissured medium. Report, Office of Nuclear Waste Isolation, Pacific Northwest Laboratory, Battelle Memorial Institute, Department of Energy, EUA, February 1982. *Assessment of Effectiveness of Geologic Isolation System*.
- [9] Otto D. L. Strack. *Groundwater Mechanics*. Strack Consulting Inc., EUA, 1999.
- [10] Otto D. L. Strack. *AEM Method*, in preparation. EUA, 2011.