

PROGRAMAS PARA A CALCULADORA PROGRAMÁVEL TEXAS TI-59 PARA DETERMINAÇÃO DAS PROPRIE- DADES HIDRODINÂMICAS, REBAIXAMENTO A UMA CERTA DISTÂNCIA DE UM POÇO E SEU RAIOS DE INFLUÊNCIA

Jacobus Honyk

Dep. de Engenharia de Minas, UFPE — Bolsista do CNPq

ABSTRACT

Three programs were composed for hydrogeological purposes to be applied in the programmable calculator TEXAS TI-59:

- 1) "Program for the Theis method". This program makes use of the equation of the nonequilibrium of Theis, to calculate the coefficient of transmissibility and the storage coefficient, introducing the observations of a pumping test. In many cases it is sufficient to use only the first and the last observation of the test.
- 2) "Program of the Jacob method". Also this program calculates the hydrodynamic properties of an aquifer by means of employing Jacob's approximation of the Theis equation. The program eliminates those pumping test observations that do not satisfy the conditions of applying Jacob's equation. The circumstances will be discussed, in which whether the Theis program or the Jacob program must be used.
- 3) "Program for the well function $W(u)$ ". Depending on the introduced data, this program calculates the lower limit of the exponential integral u , the well function $W(u)$, the drawdown at variable distance and time and the ray of influence of the pumping well.

1. PROGRAMA PARA O MÉTODO DE THEIS

1.1 INTRODUÇÃO

Theis fez em 1935 um estudo comparativo do transporte de calor numa chapa de aço e o fluxo de água em torno de um poço bombeado. Para o referido trabalho, ele desenvolveu a equação de não equilíbrio, que dá uma relação entre as seguintes variáveis: rebaixamento (s), distância do poço (r), tempo de bombeamento (t) e as seguintes constantes: coeficiente de armazenamento (S), coeficiente de transmissibilidade (T) e a vazão do poço (Q):

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \cdot W(u) = \frac{Q}{4\pi T} \cdot \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \text{ em que } u = \frac{r^2 S}{4tT} \quad (1)$$

$W(u)$ é chamada "função do poço" e é representada por um integral exponencial, que é uma função do limite inferior u .

A dedução desta equação baseia-se em hipóteses, que limitam a aplicação para:

1. Escoamento não permanente e horizontal para o poço.
2. A formação tem espessura uniforme e apresenta área infinita.
3. A formação apresenta uma permeabilidade igual em todas as direções.
4. A água proveniente do armazenamento é descarregada instantaneamente, com a redução da carga.
5. O poço tem um raio infinitamente pequeno e recebe água em toda a espessura da formação.
6. A formação não recebe recarga.

Obedecendo a estas condições, esta fórmula permite a determinação das constantes S e T de um aquífero confinado através de um ensaio de bombeamento, ou se estas constantes são conhecidas, pode-se, para uma certa vazão (Q), determinar o rebaixamento s em função de t ou/e r.

A aplicação para aquíferos livres aumenta ainda o número de restrições. Como durante o início do bombeamento a drenagem gravitacional não é instantânea, não se satisfaz mais a condição 4, como consequência, durante um teste de bombeamento S aumenta, passando o aquífero assim vagorosamente de confinado a livre. Para incluir este efeito num teste de bombeamento, Prickett desenvolveu um método, baseado sobre cálculos de Boulton, especialmente para aquíferos livres. Porém existem ainda circunstâncias, em que pode-se aplicar a equação de Theis para aquíferos livres:

1. Se os rebaixamentos não são muito grandes em relação à espessura saturada.
2. Quando a drenagem gravitacional reage imediatamente ao bombeamento (dependendo da granulometria e da homogeneidade do aquífero).
3. Para valores baixos de u ($u < 0.03$), isto é, se são considerados rebaixamentos depois de bastante tempo de bombeamento e valores de r pequenos.

Neste caso o terceiro trecho da curva de Prickett ($1 > \pm 0,03$) corresponde à curva de Theis para aquíferos livres.

Se são tomadas em consideração todas as limitações citadas, precisa-se ainda de duas correções:

1. Por causa da redução da espessura saturada (H_0) pelo cone e por água gravitacional durante o bombeamento, causando um valor baixo demais da transmissibilidade T ($=K.H_0$), Jacob aconselhou diminuir os rebaixamentos quando $s/H_0 < 0.25$, segundo a fórmula:

$$\text{reb. corrigida} = s_c = s - \frac{s^2}{2H_0} \quad (2)$$

2. Igualmente pela diminuição de H_0 por causa da formação do cone e pelo efeito da drenagem retardada, Jacob aconselhou aumentar a porosidade efetiva encontrada, segundo a correção:

$$S^* = \frac{H_0}{H_0 - s_m} \cdot S \quad (3)$$

em que s_m é a média aritmética dos rebaixamentos.

1.2. PREPARAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROGRAMA DE THEIS

A equação de não equilíbrio pode ser aproximada pelo produto de $Q/4\pi T$ e uma série convergente de potência $W(u)$:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left(-0.5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} - \frac{u^4}{4 \cdot 4!} \dots \right) \quad (4)$$

em que 0.5772 é a constante de Euler e $u = r^2 S / 4tT$.

u pode ser dividido em uma variável p ($= r^2/t$) e uma constante q ($= S/4T$), donde $u = pq$. Este u introduzido na equação (4) dá:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left(-0.5772 - \ln q - \ln p + qp - \frac{q^2}{2 \cdot 2!} p^2 + \frac{q^3}{3 \cdot 3!} p^3 \dots \right) \quad (5)$$

A série, que em princípio continua até o infinito, foi limitada para a programação até $(q^{10}/10 \cdot 10!) \cdot p^{10}$, devido a considerações de capacidade da máquina. Para valores de u não muito grandes, isso dá motivo a erros desprezíveis: para $u = 2$ o erro ainda é só de 0,025%

De um ensaio de bombeamento tom-se a primeira e a última medição: (t_1, s_1) e (t_n, s_n) , que depois são convertidas para $(p_1,$

s_1) e (p_n, s_n) , em que $p_1 = r^2/t_1$ e $p_n = r^2/t_n$.

Se estas medições são provenientes de um ensaio de bombeamento cujas circunstâncias satisfazem às condições de aplicação da equação de Theis (veja (1,1), estes pontos com coordenadas (p_1, s_1) e (p_n, s_n) são pontos da curva da equação (5).

Então agora vale:

$$s_1 \approx \frac{Q}{4\pi T} (-0.5772 - \ln q - \ln p_1 + q p_1 - \frac{q^2}{2 \cdot 2!} p_1^2 + \frac{q^3}{3 \cdot 3!} p_1^3 \dots - \frac{q^{10}}{10 \cdot 10!} p_1^{10}) \quad (6)$$

e

$$s_n = \frac{Q}{4\pi T} (-0.5772 - \ln q - \ln p_n + q p_n - \frac{q^2}{2 \cdot 2!} p_n^2 + \frac{q^3}{3 \cdot 3!} p_n^3 \dots - \frac{q^{10}}{10 \cdot 10!} p_n^{10}) \quad (7)$$

Porque vale também:

$$s_1 = \frac{Q}{4\pi T} \cdot Wu_1 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{Q} = \frac{Wu_1}{4\pi T s_1}$$

$$\text{e} \quad s_n = \frac{Q}{4\pi T} \cdot Wu_n \quad \text{ou} \quad \frac{1}{Q} = \frac{Wu_n}{4\pi T s_n}$$

segue agora:

$$\frac{Wu_1}{4\pi T s_1} - \frac{Wu_n}{4\pi T s_n} = 0$$

$$\text{ou:} \quad Wu_1 \cdot s_n - Wu_n \cdot s_1 = 0 \quad (8)$$

Aplicando esta relação às equações (6) e (7), segue:

$$(s_1 \ln(1.781 p_1) - s_n \ln(1.781 p_n)) + (s_1 - s_n) \ln q - (p_n s_1 - p_1 s_n) q + \left(\frac{p_n^2 s_1 - p_1^2 s_n}{2 \cdot 2!} \right) q^2 - \left(\frac{p_n^3 s_1 - p_1^3 s_n}{3 \cdot 3!} \right) q^3 \dots + \left(\frac{p_n^{10} s_1 - p_1^{10} s_n}{10 \cdot 10!} \right) q^{10} = 0 \quad (9)$$

cujos coeficientes podem ser calculados, uma vez que s_1, s_n, p_1 e p_n são conhecidos. Agora chamando estes coeficientes $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$, a equação (9) se converte em:

$$a_0 + a_1 \ln q - a_1 q + a_2 q^2 - a_3 q^3 \dots + a_{10} q^{10} = 0 \quad (10)$$

Usando o método de bissecção gráfica, o programa calcula uma raiz q , que é igual a $S/4T$.

Após escreve-se Wu_1 como:

$$Wu_1 = -0.5772 - \ln p_1 - \ln q + p_1 q - \frac{p_1^2}{2 \cdot 2!} \cdot q^2 + \frac{p_1^3}{3 \cdot 3!} \cdot q^3 \dots - \frac{p_1^{10}}{10 \cdot 10!} \cdot q^{10} \quad (11)$$

cujos coeficientes também podem ser calculados, uma vez, que p_1 é conhecido ($= r^2/t_1$). Chamando os coeficientes: $c_0, c_1, c_2, c_3, \dots, c_{10}$, equação (11) se converte num polinômio da equação:

$$Wu_1 = c_0 + c_1 q + c_2 q^2 + c_3 q^3 \dots + c_{10} q^{10} \quad (12)$$

em que

$$c_0 = -0.5772 - \ln p_1 - \ln q$$

$$c_1 = p_1$$

$$c_2 = -p_1^2 / (2.2!)$$

$$c_3 = +p_1^3 / (3.3!)$$

" "

" "

$$e \quad c_{10} = -p_1^{10} / (10.10!)$$

Como $q (=S/4T)$ já foi calculado, agora pode-se determinar Wu_1 do polinômio (12).

Sabendo que $s_1 = \frac{Q}{4\pi T} \cdot Wu_1$, pode-se agora calcular o coeficiente de transmissibilidade T , sendo:

$$T = \frac{Q}{4\pi s_1} \cdot Wu_1 \quad (13)$$

e o coeficiente de armazenamento S , sendo:

$$S = 4T \cdot q \quad (14)$$

O programa permite calcular S e T três vezes, baseado nos dados de três medições do ensaio de bombeamento:

- 1) um T e um S da primeira e a última medição: (t_1, s_1) e (t_n, s_n)
- 2) um T e um S da segunda e a penúltima medição: (t_2, s_2) e (t_{n-1}, s_{n-1})
- 3) um T e um S da terceira e antepenúltima medição: (t_3, s_3) e (t_{n-2}, s_{n-2}) .

Depois disso, calcula-se a média aritmética dos três valores de T e a média aritmética dos três valores de S .

Se os dados do ensaio são provenientes de um aquífero livre e se pode-se supor, que os dados obedecem às condições de aplicação da equação de Theis (veja (1.4)), tem que se entrar, quando $s/H_0 < 0.25$, também com a espessura média saturada (H_0) do aquífero. A partir deste H_0 os rebaixamentos, antes de entrar nos cálculos, se submetem à correção de Jacob (2). Depois de calcular-se a porosidade efetiva (S'), este S' também será corrigido segundo (3), cujo valor é apresentado. Como no caso do aquífero confinado, também o $T (=K \cdot H_0)$ e o S^* são calculados três vezes, baseados em três medições. No fim calcula-se igualmente a média aritmética de T e a média aritmética de S^* .

Agora pode-se ver, que para determinar o coeficiente de transmissibilidade de T e o coeficiente de armazenamento S , bastam somente 2 medições (se obtidas com bastante precisão): uma no início do teste e uma após um tempo suficiente longo. Porém, mais precisão ainda se obterá com 3 medições iniciais e 3 após bastante tempo de bombeamento.

1.3. GRAVAÇÃO DO CARTÃO MAGNÉTICO

- a. Desligar e ligar a máquina.
- b. Pressionar 5 2nd Op 17 para redividir a capacidade da máquina em 50 memórias e 560 passos de programação.
- c. Pressionar a tecla LRN.
- d. Introduzir o programa. Veja os códigos do teclado no manual do TEXAS TI-59 no capítulo "Controle do Impressor". Os códigos do impressor TEXAS PC.100B (aqui usado para imprimir o programa) diferem um pouco dos códigos do teclado da calculadora.
- e. Depois do último passo do programa, pressionar a tecla LRN.
- f. Pressionar 1 2nd Write e introduzir um cartão magnético.
- g. Pressionar 2 2nd Write e introduzir o mesmo cartão, mas agora em sentido contrário.
- h. Pressionar 3 2nd Write e introduzir um 2º cartão. O programa está gravado e se deseja-se agora introduzir os dados de um ensaio de bombeamento, pode-se continuar em 1.4.e.

1.4. MÉTODO DE TRABALHO

- a. Desligar e ligar a máquina e pressionar 5 2nd Op 17.
- b. Pressionar CLR e introduzir o 1^o cartão gravado.
- c. Pressionar CLR e introduzir o mesmo cartão, mas agora em sentido contrário.
- d. Pressionar CLR e introduzir o 2^o cartão gravado. Agora o programa está na máquina.
- e. Introduzir a vazão (Q) em m³/h. Pressionar depois A.
- f. Introduzir a distância entre o poço bombeado e o poço e observação r (m). Pressionar depois B.
- g. Somente no caso de um aquífero livre, introduzir a espessura média saturada do aquífero (H) em metros, seguido por 2nd D.
- h. Pressionar SBR +, seguida pela introdução dos 3 primeiros e dos 3 últimos tempos de bombeamento: t₁, t₂, t₃, t_{n-2}, t_{n-1} e t_n. Pressionar depois de cada tempo a tecla C.
- i. Pressionar SBR -, seguida pela introdução dos rebaixamentos correspondentes: s₁, s₂, s₃, s_{n-2}, s_{n-1} e s_n. Pressionar após cada s, introduzido: D (no caso de um aquífero confinado) ou E (no caso de um aquífero livre).
- j. Pressionar 2nd E e depois de cerca de 6,5 minutos, a máquina apresenta o coeficiente de transmissibilidade T₁ em m²/dia, baseado na primeira e última medição.
- k. Pressionar R/S e a máquina mostra o coeficiente de armazenamento S₁ (no caso de um aquífero confinado) ou S₁^{*} (no caso de um aquífero livre).
- l. Pressionar R/S e a máquina calculará agora T₂, baseado na segunda e na penúltima medição.
- m. Pressionar R/S e calcula-se S₂ (ou S₂^{*}), baseado na segunda e na penúltima medição.
- n. Pressionar R/S e a máquina calculará T₃, baseado na terceira e na antepenúltima medição.
- o. Pressionar R/S e a máquina mostra S₃ (ou S₃^{*}), baseado na terceira e na antepenúltima medição.
- p. Pressionar R/S e a máquina calculará T_m, sendo a média aritmética de T₁, T₂ e T₃.
- q. Pressionar R/S e a máquina mostra S_m (ou S_m^{*}), sendo a média aritmética de S₁ (S₁^{*}) S₂ (S₂^{*}) e S₃ (S₃^{*}).
- r. Antes da introdução de dados de um outro ensaio de bombeamento, pressionar CLR, INV 2nd FIX e 2nd CMs.

1.5. EXEMPLO

A tabela I corresponde a um ensaio de bombeamento num aquífero confinado, realizado num poço de 0.4 m. de diâmetro com uma vazão constante de 360 m³/h. Os rebaixamentos (s) foram medidos num piezômetro a r = 100 m. de distância do poço bombeado. Para o programa foram consideradas somente as 3 primeiras e as 3 últimas medições. Os resultados foram os seguintes:

- a. Baseado em t₁ = 1, s₁ = 0.53
e t_n = 3000, s_n = 5.90: T₁ = 987 m²/dia e S₁ = 1.00.10⁻⁴
- b. Baseado em t₂ = 3, s₂ = 1.10
e t_{n-1} = 2000, s_{n-1} = 5.50: T₂ = 998 m²/dia e S₂ = 1.07.10⁻⁴.
- c. Baseado em t₃ = 6, s₃ = 1.55
e t_{n-2} = 1000, s_{n-2} = 5.08 T₃ = 989 m²/dia e S₃ = 1.07.10⁻⁴.

As médias aritméticas de T e S foram T_m = 991 m²/dia e S_m = 1.05.10⁻⁴.

2. PROGRAMA PARA O MÉTODO DE JACOB

2.1. INTRODUÇÃO

Jacob e Cooper (1947) simplificaram a equação de não equilíbrio de Theis, abaixo.

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = \frac{Q}{4\pi T} (-0.5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2.2!} + \frac{u^3}{3.3!} \dots) \quad (15)$$

para obter um método gráfico mais simples do que o de Theis, para determinar S e T. Para valores pequenos de u ($u < \pm 0.03$), a série de potências pode ser limitada depois do termo $-\ln u$, o que causa um erro máximo desprezível de 1% em s, quando $u = 0.03$. Obtem-se então a equação de Jacob abaixo:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} (-0.5772 - \ln u) = \frac{Q}{4\pi T} \cdot \ln \frac{2.246Tt}{r^2 \cdot S} \quad (16)$$

Se as observações são provenientes de um só poço de observação, somente t varia na equação (16), que pode ser escrita de novo como:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \cdot \ln \frac{2.246T}{r^2 \cdot S} + \frac{Q}{4\pi T} \cdot \ln t \quad (17)$$

que representa a equação de uma linha reta considerando s em função de $\ln t$, cuja inclinação (a) é igual a $Q/(4\pi T)$ (sobre papel semilog_{10} : $2.3Q/(4\pi T)$). Agora T pode ser determinado, segundo:

$$T = \frac{Q}{4\pi a} \quad (18)$$

Voltando para a equação (16): $s = 0$, quando $2.246Tt_0/(r^2 S) = 1$, de onde S pode ser determinado, segundo:

$$s = \frac{2.246Tt_0}{r^2} \quad (19)$$

em que t_0 representa a intersecção da reta com a abscissa.

2.2. EXPLICAÇÃO DO FLUXOGRAMA DO PROGRAMA JACOB (Veja figura 2).

- O programa determina com base em todas as medições do ensaio de bombeamento, através do método da regressão linear, a reta de mínimos quadrados de s em função de $\ln t$ (17), calculando a inclinação a e t_0 , o que possibilita as determinações do coeficiente de transmissibilidade T e o coeficiente de armazenamento S segundo as equações (18) e (19).
- Em seguida calcula-se $u (=r^2 S/4tT)$ de cada medição (t,s), começando a partir do menor t, usando os valores de S e T, determinados anteriormente.
- Agora cada u é testado, se ele tem um valor maior ou menor do que 0.03 (valor de limite posto para a aplicação de Jacob). Quando resulta, que u é maior que 0.03, esta medição será eliminada. Com outras palavras: faz-se uma seleção de medições com valores de $u < 0.03$.
- Das medições restantes determina-se de novo S e T através da regressão linear. Após segue pela 2ª vez uma seleção das medições com valores de $u < 0.03$, mas agora os valores de u são baseados nos últimos valores de S e T.
- Das medições selecionadas calcula-se de novo S e T, seguida de novo por uma seleção das medições com valores de $u < 0.03$, calculados a partir dos últimos valores de S e T. Estes cálculos de S e T, seguidos pelas seleções das medições com valores de $u < 0.03$, continuam até que:
- todos os valores de u das medições restantes, baseados nos últimos valores de S e T são aprovados, pois são menores de 0.03

- g. Finalmente S e T são apresentados. Se trata-se de um aquífero livre, então se H foi introduzido, os rebaixamentos introduzidos serão convertidos, através da correção de Jacob (2) para s_c . Igualmente S será adaptado mediante equação (3) para S^* , o qual será apresentado.

2.3. GRAVAÇÃO DO CARTÃO MAGNÉTICO

- Desligar e ligar a máquina.
- Pressionar 8 2nd Op 17, para redividir a capacidade em 80 memórias e 320 passos de programação.
- Pressionar a tecla LRN.
- Introduzir o programa. Veja os códigos do teclado no manual do TEXAS TI-59 no capítulo "Contrôle do Impressor". Os códigos do impressor TEXAS PC.100B (aqui usado para imprimir o programa) diferem um pouco dos códigos do teclado da calculadora.
- Depois do último passo do programa, pressionar a tecla LRN.
- Pressionar 1 2nd Write e introduzir um cartão magnético.
- Pressionar 2 2nd Write e introduzir o mesmo cartão, mas agora no sentido contrário. O programa está gravado e se deseja-se agora introduzir os dados de um ensaio de bombeamento, pode-se continuar em 2.4d.

2.4. MÉTODO DE TRABALHO

- Desligar e ligar a máquina e pressionar 8 2nd Op 17.
- Pressionar CLR e introduzir o cartão magnético com o programa.
- Pressionar CLR e introduzir o mesmo cartão, mas agora no sentido contrário. Agora o programa está na máquina.
- Introduzir a vazão Q (m^3/h). Pressionar após C.
- Introduzir a distância entre o poço bombeado e o poço de observação r (m.). Pressionar após D.
- Somente no caso de um aquífero livre: introduzir a espessura média saturada do aquífero H_0 (m), seguido por 2nd C.
- Pressionar SBR -.
- Introduzir os tempos de bombeamento t (min.) e os rebaixamentos correspondentes s(m), segundo a sequência: $t_1 - A, s_1 - B, t_2 - A, s_2 - B, \dots$ (No caso de um aquífero livre: em vez de B_2 impressionar E.). O programa tem capacidade para 30 medições. Se o ensaio de bombeamento contem mais do que 30 medições, aconselha-se introduzir somente as 30 últimas medições.
- Pressionar 2nd A e após algum tempo, a máquina mostra T em m^2/dia .
- Pressionar R/S e a máquina mostra S, se trata-se de um aquífero confinado ou S^* , se trata-se de um aquífero livre.

2.5. EXEMPLO

A tabela II corresponde a um ensaio de bombeamento num aquífero confinado, para determinar as características hidrodinâmicas T e S. Este ensaio foi realizado num poço com uma vazão de $45 m^3/h$. Os rebaixamentos foram medidos num piezômetro a $r = 250 m$. de distância do poço bombeado. O programa calcula primeiro T e S todas as medições com o seguinte resultado:

$$T_1 = 142 m^2/dia \text{ e } S_1 = 1.32.10^{-5}$$

Em seguida foram calculados os valores de u ($r^2 S_1 / (4tT_1)$) destas medições e se revelou, que as medições até $t = 50$ min. mostraram um valor de $u > 0.03$, sendo portanto estas medições eliminadas. Para as medições restantes (de $t = 70$ até $t = 1500$ minutos) determinou-se de novo T e S com o seguinte resultado:

$$T_2 = 127 m^2/dia \text{ e } S_2 = 1.84.10^{-5}$$

O teste de u eliminou agora mais 3 medições ($t = 70, 80$ e 100 min.), por

que estas medições mostraram valores de u (agora baseados em T_2 e S_2) maior que 0.03. Sobre as medições resultantes (de $t = 125$ até $t \approx 1500$ min) calculou-se de novo T e S , agora com o seguinte resultado:

$$T_3 = 128 \text{ m}^2/\text{dia} \text{ e } S_3 = 1.81 \cdot 10^{-5}$$

O teste de u (agora baseado em T_3 e S_3) mostrou, que todas as medições, usadas para calcular T_3 e S_3 , têm valores de u menores de 0.03, por onde T_3 e S_3 foram aprovados e apresentados.

3. QUANDO APLICAR O PROGRAMA DE THEIS E QUANDO O PROGRAMA DE JACOB

Se podem existir erros de observação ou irregularidades de qualquer natureza nas 3 primeiras e/ou 3 últimas medições, que pode conduzir a erros consideráveis na determinação de S e T , com o programa de Theis, preferência tem que ser dada ao programa de Jacob, que faz os cálculos baseados em todas as medições.

Pressiona-se RCl 03, após a aplicação do programa de Jacob, o visor mostra o número de medições aprovadas em que os S e T finais são baseados. Se este número é relativamente pequeno em relação ao total das medições, preferência tem que ser dada ao programa de Theis. No caso de aquíferos livres é preciso ter muito cuidado em aplicar estes programas (veja condições em 1.1). Na maioria dos casos ainda preferência tem que ser dada ao método gráfico de Boulton-Prickett. Pode-se acrescentar, que o programa de Jacob é mais apropriado do que o programa de Theis para calcular as características hidrodinâmicas de um aquífero livre, uma vez que o primeiro seleciona as medições com um valor de $u < 0.03$ (veja condição 3 da aplicação de Theis para aquíferos livres em 1.1). Para ambos os programas aconselha-se, no caso que se trata de um aquífero livre, excluir as primeiras medições.

4. PROGRAMA PARA $W(u)$.

4.1. APLICAÇÕES POSSÍVEIS DO PROGRAMA

Este programa baseia-se na aplicação da função do poço $W(u)$ e da equação de não equilíbrio de Theis $s = Q/(4\pi T) \cdot W(u)$. Então este programa somente é válido para aquíferos, que obedecem às condições de aplicação destas fórmulas (veja 1.1). Utilizaram-se estas fórmulas nos programas de Theis e de Jacob, para determinar o coef. de armazenamento S e o coef. de transmissibilidade T . Neste programa de $W(u)$, estas equações são empregadas, conhecendo-se S e T , para fazer os seguintes cálculos (veja figura 3):

- 4.1.1. Cálculo de u , introduzindo S , T , distância a partir do poço bombeado r e o tempo de bombeamento t .
- 4.1.2. Cálculo de $W(u)$, introduzindo: r , t , S e T ou u .
- 4.1.3. Cálculo do rebaixamento s a uma certa distância r do poço bombeado, para qualquer tempo de bombeamento t (curva $s \times t$) introduzindo Q (vazão), r , t , S e T .
- 4.1.4. Cálculo do rebaixamento s após um certo tempo de bombeamento t , para qualquer distância r do poço bombeado (curva $s \times r$), introduzindo Q , r , t , S e T .
- 4.1.5. Cálculo do raio de influência teórico R_0 de um poço bombeado, para qualquer tempo de bombeamento t , introduzindo S , T e t .

4.2. OS CÁLCULOS APLICADOS NO PROGRAMA

Para determinar u , $W(u)$, s (rebaixamento) e R_0 (raio de influência), o programa efetua os seguintes cálculos:

- 4.2.1. u (o limite inferior da integral exponencial de $W(u)$), usando a equação:

$$u = \frac{r^2 S}{4tT}$$

* Um programa para o método de Boulton-Prickett está em desenvolvimento pelo autor.

4.2.2. $W(u)$, a integral exponencial. Dependendo do valor de u , o programa escolhe um dos seguintes caminhos:

a. Se $0.2 < u < 6$, o programa escolhe a fórmula:

$$W(u) = -0.5772 - \ln u + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} \dots + \frac{u^{20}}{20 \cdot 20!}$$

Então a série de potências, que vai teoricamente até o infinito, foi limitado até o termo 20. Esta limitação causa um erro máximo de somente 1,35%, quando $u = 6$. Para o programa, a série de potências foi transformada no seguinte polinômio:

$$W(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 \dots + a_{20} u^{20}$$

em que: $a_0 = -0.5772 - \ln u$

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = -1/(2 \cdot 2!)$$

$$a_3 = +1/(3 \cdot 3!)$$

·
·
·

$$\text{e } a_{20} = +1/(20 \cdot 20!)$$

b. Se $0 < u \leq 0.2$, o programa limita, para economizar tempo de cálculo, a série de potências já no termo u , dando origem à equação:

$$W(u) = -0.5772 - \ln u + u$$

Esta limitação causa um erro máximo de somente 0,78%, quando $u = 0.2$.

c. Se $u \geq 6$ admite-se: $W(u) = 0$, causando um erro desprezível.

4.2.3. Rebaixamento s a uma certa distância r de um poço bombeado:

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \cdot W(u)$$

em que $W(u)$ é determinado, dependendo do valor de u (veja 2).

4.2.4. Raio de influência R_0 :

Pela aplicação da fórmula:

$$R_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 246 T t}{S}} \quad (20)$$

Esta fórmula é derivada da equação de Jacob (16):

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \cdot \ln \frac{2 \cdot 246 T t}{r^2 S}$$

Fazendo $s = 0$ segue-se a equação (20).

Pode-se ver que este raio de influência é uma aproximação do raio de influência, lembrando, que a equação de Jacob e por isso também sua fórmula derivada de R_0 são válidas para a condição: $u < +/- 0.03$. Ora, desde que os valores de R_0 são relativamente muito elevados, os valores correspondentes de u quase nunca cumprem esta condição. Fato é, que a curva de rebaixamento se aproxima assintoticamente ao nível piezométrico ou estático.

4.3. GRAVAÇÃO DO CARTÃO MAGNÉTICO

- a. Desligar e ligar a máquina.
- b. Pressionar a tecla LRN.
- c. Introduzir o programa. Veja os códigos do teclado no manual do TEXAS TI-59 no capítulo "Contrôle do Impressor". Os códigos do impressor TEXAS PC.100B (aqui usado para imprimir o programa) diferem um pouco dos códigos do teclado da calculadora.
- d. Depois do último passo do programa, pressionar a tecla LRN.
- e. Pressionar 1 2nd Write e introduzir um cartão magnético. O programa está gravado e se deseja-se agora utilizar o programa, pode-se continuar em 4.4.2./4.4.3./4.4.4./4.4.5. ou 4.4.6.

4.4. MÉTODO DE TRABALHO

4.4.1. Introdução do programa.

- a. Desligar e ligar a máquina
- b. Introduzir o cartão com o programa. Agora o programa está na máquina.

4.4.2. Cálculo de u.

- a. Introduzir r (m). Pressionar depois B.
- b. Introduzir t (min). Pressionar depois C.
- c. Introduzir S. Pressionar depois D.
- d. Introduzir $T(m^2/dia)$ Pressionar depois E.
- e. Pressionar 2nd A e u será apresentado.

4.4.3. Cálculo de W(u).

- a. Introduzir r, t, S e T como explicado em 4.4.2.
- b. Pressionar 2nd A e u será apresentado.
- c. Pressionar 2nd B; depois disso obtem-se W(u).

4.4.4. Cálculo do rebaixamento s (curva sxt, r constante e t variável).

- a. Introduzir r, t, S e T como explicado em 4.4.2.
- b. Introduzir a vazão Q em m^3/h , depois pressionar A.
- c. Pressionar 2nd D, o que dá o rebaixamento s.

A fim de calcular s, para um outro valor de t:

- d. Introduzir este t, pressionar C, seguido por 2nd D.

4.4.5. Cálculo do rebaixamento s (curva sxt, t constante, r variável).

Para isso, seguir 4.4.4.a-c. Após, a fim de calcular s para um outro valor de r: introduzir este r, seguido por B e 2nd D.

4.4.6. Cálculo do raio de influência teórico (R_0).

- a. Introduzir t, S e T como em 4.4.2.
- b. Pressionar 2nd E, sendo então R_0 apresentado.

4.5. EXEMPLO

Um poço bombeia água com uma vazão constante de $100 m^3/h$ de um aquífero confinado. Sabendo, que o coef. de transmissibilidade é 10^{-4} e o coef. de armazenamento é 10^{-4} ,

- a. Calcular os rebaixamentos a distância de 100 metros deste poço, após 1 hora e após 1 dia de bombeamento.
- b. Calcular os rebaixamentos a 10 m. e 100 m. de distância deste poço após 1 hora de bombeamento.
- c. Calcular o raio de influência teórico deste poço depois de 1 hora de bombeamento.

Seguindo as instruções de 4.4.4. e 4.4.5., os resultados foram:

a. s_1 hora = 0.87 metro. s_1 dia = 1.47 metro.

b. s_{10} m. = 1.746 metro. s_{100} m. = 0.87 metro

c. R_0 = 968 metros.

5. BIBLIOGRAFIA

- CUSTODIO, E., LLAMAS, M.R. - 1976 - Hidrologia subterrânea, 1^a ed., Barcelona, Ediciones Omega, S.A. Inc. 2359pp.
- HONYK, W.J. - 1980 - Um programa para a calculadora programável TEXAS TI-59 para determinar a idade da rocha através da isócrona, Recife, UFPE (inédito). 15 pp.
- MEULENBELD, B., BAART, W.K. - 1965 - Analyse voor propaedeutische examens, derde druk, Culemborg, De Technische Uitgeverij H. Stam N.V. 269 pp.
- PACITTI, T. - 1967 - Fortran - monitor, 3^a ed., Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Ed. S.A., 344 pp.
- SPIEGEL, M.R. - 1971 - Cálculo avançado, 6^a ed., São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, Ltda. 500 pp.
- TEXAS INSTRUMENTS LTD. - 1978 - Programação, instrumento de eficiência pessoal. Manual para o TEXAS TI-59. 240 pp.
- WALTON, W.C. - 1970 - Groundwater resource evaluation, 1^a ed., New York, McGraw-Hill Book Co. Inc. 664 pp.

FIG. I
FLUXOGRAMA DE PROGRAMA THEIS

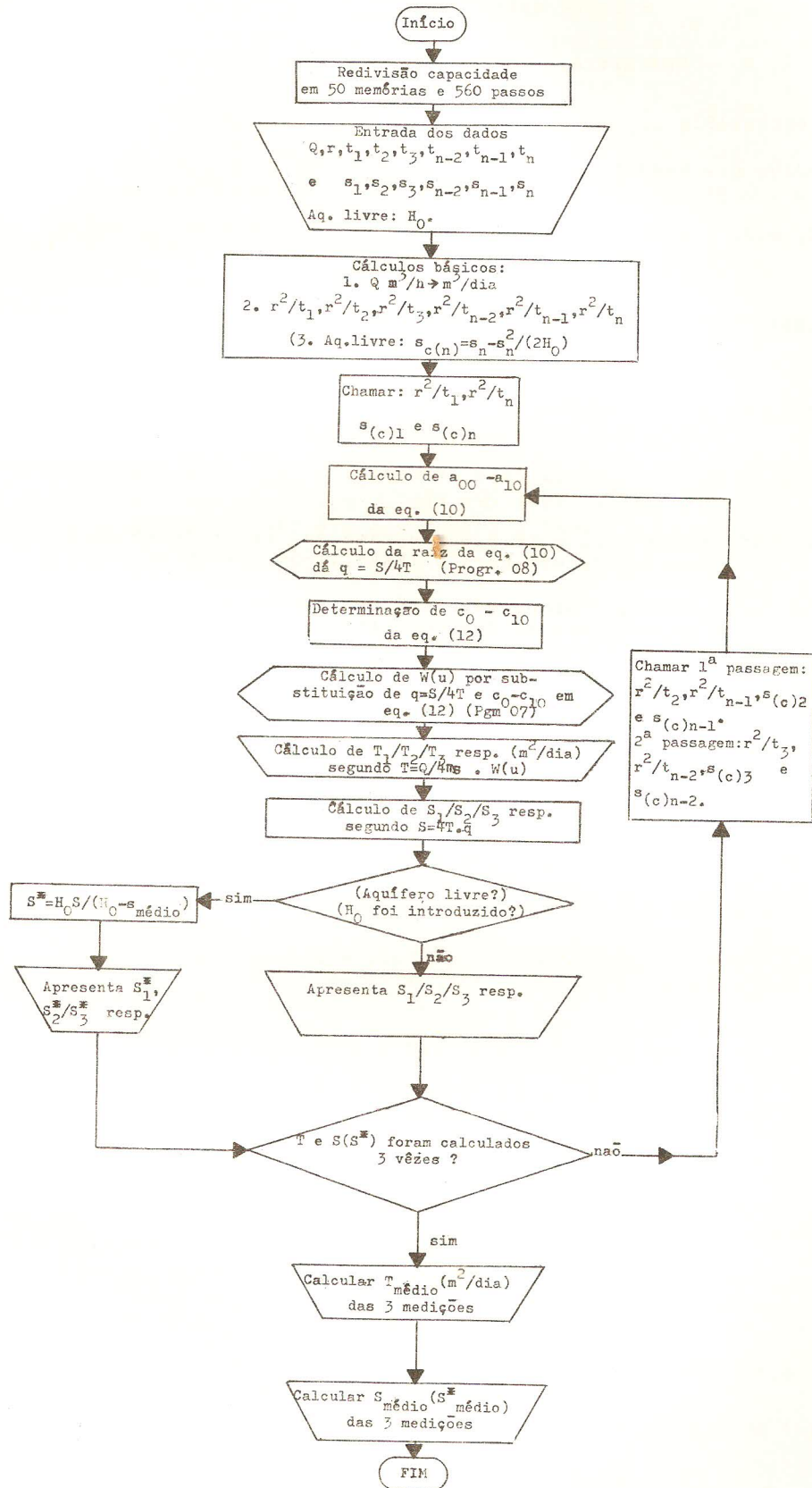


FIG. 2
 FLUXOGRAMA DO PROGRAMA JACOB

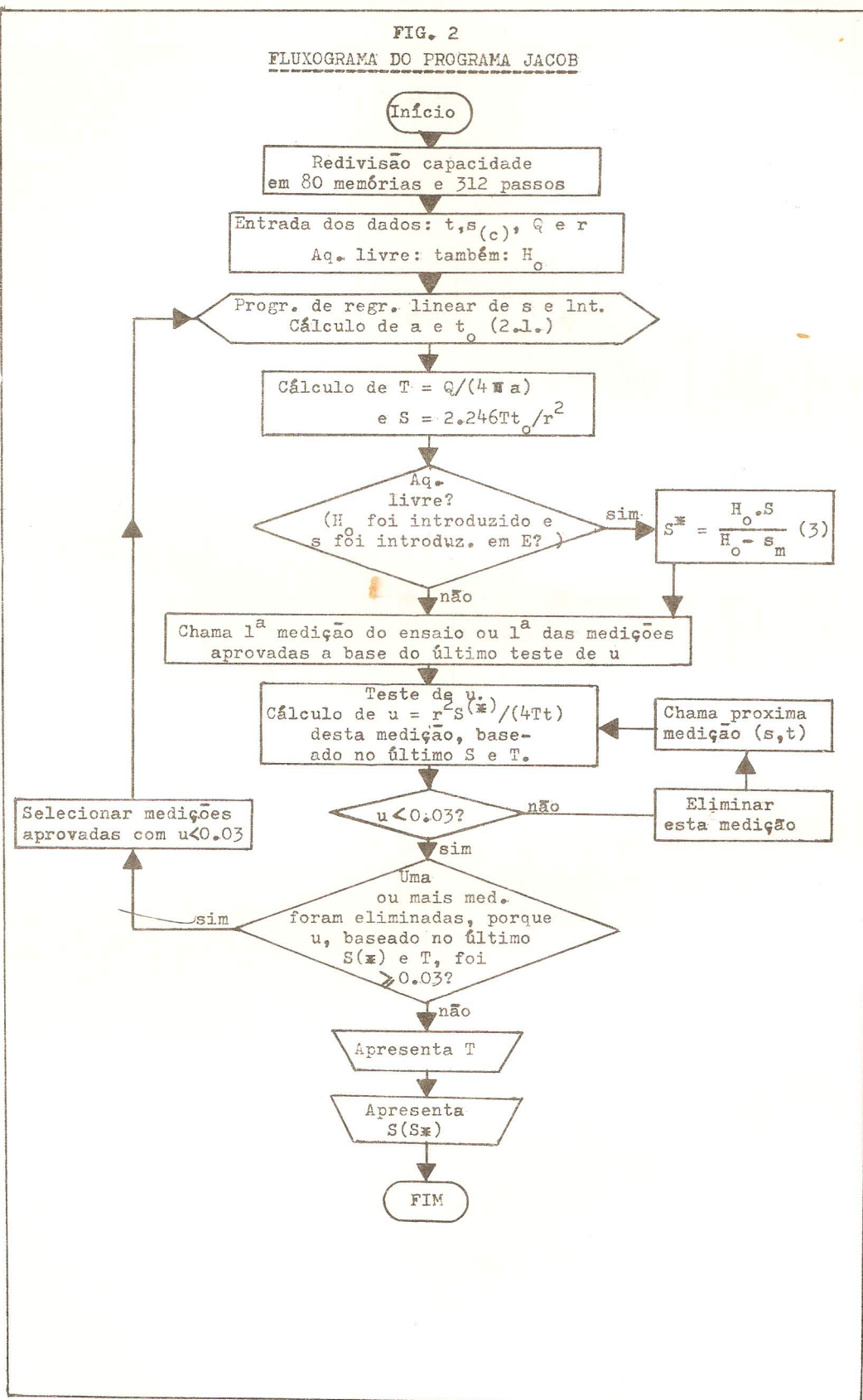


FIG. 3 - Fluxograma do programa de W(u).

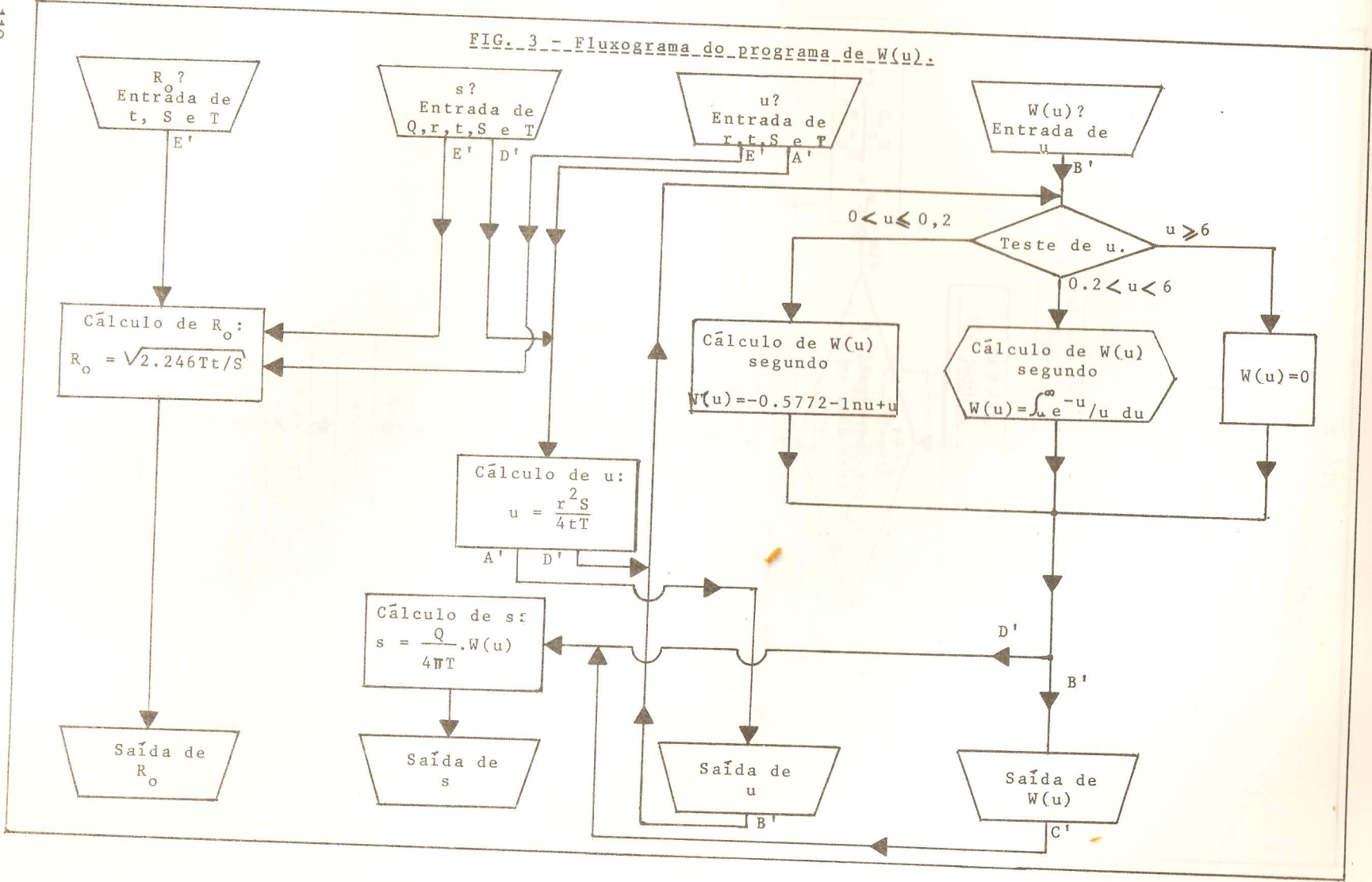


TABELA I

Exemplo (1.5) do progr. de Theis

| Tempo de bomb. t (min.) | | Rebaixamento s (m.) | |
|----------------------------|------|------------------------|------|
| t_1 | 1 | s_1 | 0.53 |
| t_2 | 3 | s_2 | 1.10 |
| t_3 | 6 | s_3 | 1.55 |
| | 10 | | 1.92 |
| | 20 | | 2.35 |
| | 40 | | 2.90 |
| | 70 | | 3.10 |
| | 100 | | 3.48 |
| | 200 | | 3.90 |
| | 400 | | 4.40 |
| | 700 | | 4.80 |
| t_{n-2} | 1000 | s_{n-2} | 5.08 |
| t_{n-1} | 2000 | s_{n-1} | 5.50 |
| t_n | 3000 | s_n | 5.90 |

TABELA II

Exemplo (2.5) do progr. de Jacob.

| Tempo de bomb. t (min.) | | Rebaixamento s (m.) | |
|----------------------------|------|------------------------|------|
| | 3 | | 0.15 |
| | 5 | | 0.26 |
| | 6 | | 0.31 |
| | 7 | | 0.36 |
| | 10 | | 0.54 |
| | 20 | | 0.92 |
| | 30 | | 1.18 |
| | 50 | | 1.46 |
| | 70 | | 1.66 |
| | 80 | | 1.79 |
| | 100 | | 1.92 |
| | 125 | | 2.08 |
| | 150 | | 2.19 |
| | 200 | | 2.41 |
| | 300 | | 2.68 |
| | 400 | | 2.85 |
| | 500 | | 3.01 |
| | 700 | | 3.22 |
| | 1000 | | 3.47 |
| | 1500 | | 3.76 |

TABELA III

Conteúdo dos registros do programa de Theis

| ROO. Contador +/-B'/C' | R17 a_6 | R34 p_n |
|------------------------|-----------------|----------------------------|
| 01 | 18 a_5 | 35 $r/\sum s$ |
| 02 | 19 a_4 | 36 $Q(m^3/dia)$ |
| 03 | 20 a_3 | 37 $-1/+1/-1$ etc. (C') |
| 04 | 21 a_2 | 38 T |
| 05 Usados pelos | 22 a_1 | 39 S/S^* |
| 06 pgms. 07,08 | 23 $s_{(c)1}$ | 40 Armazenagem indireta |
| 07 e 16. | 24 $s_{(c)2}$ | 41 " " |
| | 25 $s_{(c)3}$ | 42 " " |
| 08 | 26 $s_{(c)n-2}$ | 43 " " |
| 09 | 27 $s_{(c)n-1}$ | 44 " " |
| 10 | 28 $s_{(c)n}$ | 45 1,2,3,etc.(C') |
| 11 $s(E)/a_{00}$ | 29 p_1 | 46 $\sum T$ |
| 12 a_0 | 30 p_2 | 47 $\sum S$ |
| 13 a_{10} | 31 p_3 | 48 Contador de "loops"(3x) |
| 14 a_9 | 32 p_{n-2} | 49 $H_0 (m_0)$ |
| 15 a_8 | 33 p_{n-1} | |
| 16 a_7 | | |

TABELA IV

Conteúdo dos registros do programa de Jacob.

| | |
|------------------------------------|--|
| R00. Baliza ("flag") | 11. r(m) |
| 01. $\sum s$ | 12. S/S* |
| 02. $\sum s^2$ | 13. T(m ² /dia) |
| 03. N (número de med.) | 14. Armaz. ind.(lnt) |
| 04. $\sum lnt$ | 15. Armaz. ind.(s) |
| 05. $\sum ln^2 t$ | 16. H _o (m) |
| 06. $\sum s.lnt$ | 17. s _{médio} |
| 07. Armaz. ind. (lnt) | 18. - |
| 08. Armaz. ind. (s) | 19. - |
| 09. Contador "loops" (B') | 20.-49.lnt ₁ ,lnt ₂ ,etc. |
| 10. Q (vazão) em m ³ /h | 50.-79.s _{(c)1} ,s _{(c)2} ,etc |

TABELA V

Conteúdo dos registros do programa de W(u).

| | |
|---|-----------------------------|
| R00. Baliza ("flag") | 17. a ₁₂ |
| 01. Indicador Pgm 07 | 18. a ₁₃ |
| 02. Denum.a ₂ -a ₂₁ /Pgm07. | 19. a ₁₄ |
| 03. u | 20. a ₁₅ |
| 04. 2l(graú do polinômio) | 21. a ₁₆ |
| 05. -/+/-,etc.(*)/a _o | 22. a ₁₇ |
| 06. Contador "loops"(*)/a ₁ | 23. a ₁₈ |
| 07. a ₂ | 24. a ₁₉ |
| 08. a ₃ | 25. a ₂₀ |
| 09. a ₄ | 26. — |
| 10. a ₅ | 27. Q (m ³ /dia) |
| 11. a ₆ | 28. r (m) |
| 12. a ₇ | 29. t (dias) |
| 13. a ₈ | 30. s |
| 14. a ₉ | 31. T (m ² /dia) |
| 15. a ₁₀ | 32. u |
| 16. a ₁₁ | 33. Armaz. ind. (Lb1.*) |

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-------------------|-----|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1. | Programa | 065 | 20 | 20 | 133 | 42 | STO | 201 | 36 | PGM | 269 | 65 | X |
| | de Theistr | 066 | 99 | PRT | 134 | 37 | 37 | 202 | 08 | 08 | 270 | 43 | RCL |
| 000 | 76 LBL | 067 | 91 R/S | 135 | 01 | 1 | 1 | 203 | 13 | C | 271 | 45 | 45 |
| 001 | 11 A | 068 | 76 LBL | 136 | 00 | 0 | 0 | 204 | 01 | 1 | 272 | 95 | = |
| 002 | 99 PRT | 069 | 10 E- | 137 | 42 | STO | 205 | 52 | EE | 1 | 273 | 35 | 1/X |
| 003 | 65 X | 070 | 98 ADV | 138 | 00 | 00 | 206 | 06 | 6 | 6 | 274 | 65 | X* |
| 004 | 02 2 | 071 | 53 RC* | 139 | 76 | LBL | 207 | 94 | +/- | PGM | 275 | 73 | RC* |
| 005 | 04 4 | 072 | 73 RC* | 140 | 17 | B- | 208 | 36 | PGM | 276 | 42 | 42 | |
| 006 | 95 = | 073 | 40 40 | 141 | 01 | 1 | 209 | 08 | 08 | 277 | 45 | yx | |
| 007 | 42 STO | 074 | 65 X | 142 | 44 | SUM | 210 | 14 | D | 278 | 45 | 45 | |
| 008 | 36 36 | 075 | 01 1 | 143 | 37 | 37 | 211 | 211 | 36 | PGM | 279 | 43 | RCL |
| 009 | 91 R/S | 076 | 07 7 | 144 | 43 | RCL | 212 | 212 | 08 | 08 | 280 | 65 | X |
| 010 | 76 LBL | 077 | 08 8 | 145 | 00 | 00 | 213 | 213 | 15 | E | 281 | 43 | RCL |
| 011 | 12 B | 078 | 01 1 | 146 | 36 | PGM | 214 | 214 | 24 | CE | 282 | 37 | 37 |
| 012 | 42 STO | 079 | 01 1 | 147 | 16 | 16 | 215 | 42 | STO | 283 | 95 | = | |
| 013 | 35 35 | 080 | 54 54 | 148 | 11 | A | 216 | 16 | 16 | 284 | 72 | ST* | |
| 014 | 99 PRT | 081 | 23 LNX | 149 | 36 | PGM | 217 | 53 | RC* | 285 | 44 | 44 | |
| 015 | 91 R/S | 082 | 65 X | 150 | 13 | C | 218 | 73 | RC* | 286 | 00 | 00 | |
| 016 | 76 LBL | 083 | 73 RC* | 151 | 16 | 16 | 219 | 42 | 42 | 287 | 287 | 00 | |
| 017 | 13 C | 084 | 41 41 | 152 | 65 | X | 220 | 65 | X | 288 | 18 | C- | |
| 018 | 99 PRT | 085 | 75 75 | 153 | 43 | RCL | 221 | 43 | RCL | 289 | 01 | 1 | |
| 019 | 35 1/X | 086 | 53 53 | 154 | 00 | 00 | 222 | 16 | 16 | 290 | 00 | 00 | |
| 020 | 65 X | 087 | 53 53 | 155 | 65 | X | 223 | 54 | 42 | 291 | 36 | PGM | |
| 021 | 43 RCL | 088 | 73 RC* | 156 | 73 | RC* | 224 | 23 | LNX | 292 | 07 | 07 | |
| 022 | 35 35 | 089 | 42 42 | 157 | 43 | 43 | 225 | 94 | +/- | 293 | 11 | A | |
| 023 | 33 X ² | 090 | 05 X | 158 | 65 | X | 226 | 75 | - | 294 | 00 | 0 | |
| 024 | 95 = | 091 | 01 1 | 159 | 73 | RC* | 227 | 93 | 5 | 295 | 36 | PGM | |
| 025 | 72 ST* | 092 | 93 7 | 160 | 41 | 41 | 228 | 05 | 5 | 296 | 07 | 07 | |
| 026 | 00 00 | 093 | 07 7 | 161 | 95 | = | 229 | 07 | 7 | 297 | 12 | B | |
| 027 | 69 OP | 094 | 08 8 | 162 | 35 | 1/X | 230 | 07 | 7 | 298 | 43 | RCL | |
| 028 | 20 20 | 095 | 01 1 | 163 | 65 | X | 231 | 02 | 2 | 299 | 16 | 16 | |
| 029 | 91 R/S | 096 | 54 54 | 164 | 53 | RC* | 232 | 95 | = | 300 | 36 | PGM | |
| 030 | 76 LBL | 097 | 23 LNX | 165 | 73 | RC* | 233 | 42 | STO | 301 | 07 | 07 | |
| 031 | 14 D | 098 | 65 X | 166 | 40 | 40 | 234 | 05 | 05 | 302 | 13 | C | |
| 032 | 72 ST* | 099 | 73 RC* | 167 | 45 | yx | 235 | 05 | 5 | 303 | 42 | STO | |
| 033 | 00 00 | 100 | 43 RC* | 168 | 43 | RCL | 236 | 42 | STO | 304 | 17 | 17 | |
| 034 | 69 OP | 101 | 54 43 | 169 | 00 | 00 | 237 | 44 | 44 | 305 | 65 | x | |
| 035 | 20 20 | 102 | 95 = | 170 | 65 | X | 238 | 01 | 1 | 306 | 43 | RCL | |
| 036 | 99 PRT | 103 | 55 55 | 171 | 73 | RC* | 239 | 00 | 0 | 307 | 36 | 36 | |
| 037 | 91 R/S | 104 | 53 53 | 172 | 41 | 41 | 240 | 42 | STO | 308 | 55 | 55 | |
| 038 | 76 LBL | 105 | 73 RC* | 173 | 75 | - | 241 | 00 | 00 | 309 | 53 | 4 | |
| 039 | 19 D | 106 | 41 41 | 174 | 73 | RC* | 242 | 00 | 0 | 310 | 04 | 4 | |
| 040 | 42 STO | 107 | 65 X | 175 | 42 | 42 | 243 | 42 | STO | 311 | 65 | x | |
| 041 | 49 49 | 108 | 73 RC* | 176 | 45 | yx | 244 | 45 | 45 | 312 | 89 | x | |
| 042 | 99 PRT | 109 | 43 43 | 177 | 43 | RCL | 245 | 01 | 1 | 313 | 65 | x | |
| 043 | 91 R/S | 110 | 54 54 | 178 | 00 | 00 | 246 | 94 | +/- | 314 | 73 | RC* | |
| 044 | 76 LBL | 111 | 95 = | 179 | 65 | X | 247 | 42 | STO | 315 | 41 | 41 | |
| 045 | 15 E | 112 | 42 STO | 180 | 73 | RC* | 248 | 37 | 37 | 316 | 54 | 54 | |
| 046 | 42 STO | 113 | 11 11 | 181 | 43 | 43 | 249 | 76 | LBL | 317 | 22 | INV | |
| 047 | 11 11 | 114 | 73 RC* | 182 | 54 | 54 | 250 | 18 | C- | 318 | 95 | 95 | |
| 048 | 75 - | 115 | 41 41 | 183 | 95 | = | 251 | 01 | 1 | 319 | 52 | EE | |
| 049 | 43 RCL | 116 | 75 75 | 184 | 72 | ST* | 252 | 44 | SUM | 320 | 44 | SUM | |
| 050 | 11 11 | 117 | 73 RC* | 185 | 37 | 37 | 253 | 45 | 45 | 321 | 46 | 46 | |
| 051 | 33 X ² | 118 | 43 43 | 186 | 97 | DSZ | 254 | 01 | 1 | 322 | 42 | STO | |
| 052 | 55 55 | 119 | 95 = | 187 | 00 | 00 | 255 | 94 | +/- | 323 | 38 | 38 | |
| 053 | 53 53 | 120 | 55 55 | 188 | 17 | B- | 256 | 49 | PRD | 324 | 58 | FIX | |
| 054 | 02 2 | 121 | 73 RC* | 189 | 00 | 0 | 257 | 37 | 37 | 325 | 00 | 00 | |
| 055 | 65 X | 122 | 41 41 | 190 | 36 | PGM | 258 | 01 | 1 | 326 | 99 | PRT | |
| 056 | 43 RCL | 123 | 65 65 | 191 | 08 | 08 | 259 | 44 | SUM | 327 | 91 | R/S | |
| 057 | 49 49 | 124 | 73 RC* | 192 | 11 | A | 260 | 44 | 44 | 328 | 22 | INV | |
| 058 | 54 54 | 125 | 43 43 | 193 | 52 | EE | 261 | 43 | RCL | 329 | 58 | FIX | |
| 059 | 95 = | 126 | 54 54 | 194 | 01 | 1 | 262 | 45 | 45 | 330 | 43 | RCL | |
| 060 | 44 SUM | 127 | 95 95 | 195 | 01 | 1 | 263 | 36 | PGM | 331 | 38 | 38 | |
| 061 | 35 35 | 128 | 42 STO | 196 | 01 | 1 | 264 | 16 | 16 | 332 | 65 | 65 | |
| 062 | 72 ST* | 129 | 12 12 | 197 | 36 | PGM | 265 | 11 | A | 333 | 04 | 4 | |
| 063 | 00 00 | 130 | 01 01 | 198 | 08 | 08 | 266 | 36 | PGM | 334 | 65 | x | |
| 064 | 69 OP | 131 | 02 02 | 199 | 12 | 12 | 267 | 16 | 16 | 335 | 43 | RCL | |
| | | 132 | 2 2 | 200 | 01 | 1 | 268 | 13 | C | 336 | 16 | 16 | |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|----|-----|-----|----|----------------|-----|----|----------------|-----|----|-----|-----|----|----------------|
| 337 | 55 | ÷ | 405 | 22 | INV | 473 | 45 | Y ^x | 541 | 08 | 8 | 029 | 91 | R/S |
| 338 | 01 | 1 | 406 | 67 | EQ | 474 | 05 | 5 | 542 | 42 | STO | 030 | 76 | LBL |
| 339 | 04 | 4 | 407 | 10 | E ⁻ | 475 | 65 | x | 543 | 43 | 43 | 031 | 14 | D |
| 340 | 04 | 4 | 408 | 98 | ADV | 476 | 43 | RCL | 544 | 92 | RTN | 032 | 42 | STO |
| 341 | 00 | 0 | 409 | 43 | RCL | 477 | 18 | 18 | 545 | 76 | LBL | 033 | 11 | 11 |
| 342 | 95 | = | 410 | 46 | 46 | 478 | 85 | + | 546 | 75 | - | 034 | 86 | STF |
| 343 | 42 | STO | 411 | 55 | ÷ | 479 | 43 | RCL | 547 | 98 | ADV | 035 | 00 | 00 |
| 344 | 39 | 39 | 412 | 03 | 3 | 480 | 10 | 10 | 548 | 00 | 0 | 036 | 98 | ADV |
| 345 | 00 | 0 | 413 | 95 | = | 481 | 45 | Y ^x | 549 | 42 | STO | 037 | 99 | PRT |
| 346 | 32 | X:T | 414 | 58 | FIX | 482 | 06 | 6 | 550 | 35 | 35 | 038 | 91 | R/S |
| 347 | 43 | RCL | 415 | 00 | 00 | 483 | 65 | x | 551 | 02 | 2 | 039 | 76 | LBL |
| 348 | 49 | 49 | 416 | 99 | PRT | 484 | 43 | RCL | 552 | 03 | 3 | 040 | 15 | E |
| 349 | 67 | EQ | 417 | 91 | R/S | 485 | 17 | 17 | 553 | 42 | STO | 041 | 99 | PRT |
| 350 | 55 | ÷ | 418 | 22 | INV | 486 | 75 | - | 554 | 00 | 00 | 042 | 42 | STO |
| 351 | 43 | RCL | 419 | 58 | FIX | 487 | 43 | RCL | 555 | 92 | RTN | 043 | 17 | 17 |
| 352 | 39 | 39 | 420 | 43 | RCL | 488 | 10 | 10 | | | | 044 | 75 | - |
| 353 | 65 | x | 421 | 47 | 47 | 489 | 45 | Y ^x | | | | 045 | 43 | RCL |
| 354 | 43 | RCL | 422 | 55 | ÷ | 490 | 07 | 7 | | | | 046 | 17 | 17 |
| 355 | 49 | 49 | 423 | 03 | 3 | 491 | 65 | x | | | | 047 | 33 | X ² |
| 356 | 55 | ÷ | 424 | 95 | = | 492 | 43 | RCL | | | | 048 | 55 | ÷ |
| 357 | 53 | (| 425 | 52 | EE | 493 | 16 | 16 | | | | 049 | 53 | (|
| 358 | 43 | RCL | 426 | 95 | = | 494 | 85 | + | | | | 050 | 02 | 2 |
| 359 | 49 | 49 | 427 | 99 | PRT | 495 | 43 | RCL | | | | 051 | 65 | x |
| 360 | 75 | - | 428 | 91 | R/S | 496 | 10 | 10 | | | | 052 | 43 | RCL |
| 361 | 43 | RCL | 429 | 76 | LBL | 497 | 45 | Y ^x | | | | 053 | 16 | 16 |
| 362 | 35 | 35 | 430 | 16 | A ⁻ | 498 | 08 | 8 | | | | 054 | 54 |) |
| 363 | 55 | ÷ | 431 | 53 | (| 499 | 65 | x | | | | 055 | 95 | = |
| 364 | 06 | 6 | 432 | 42 | STO | 500 | 43 | RCL | | | | 056 | 72 | ST* |
| 365 | 54 |) | 433 | 10 | 10 | 501 | 15 | 15 | | | | 057 | 08 | 08 |
| 366 | 95 | = | 434 | 23 | LNx | 502 | 75 | - | | | | 058 | 78 | Σ+ |
| 367 | 42 | STO | 435 | 65 | x | 503 | 43 | RCL | | | | 059 | 71 | SBR |
| 368 | 39 | 39 | 436 | 43 | RCL | 504 | 10 | 10 | | | | 060 | 85 | + |
| 369 | 76 | LBL | 437 | 12 | 12 | 505 | 45 | Y ^x | | | | 061 | 91 | R/S |
| 370 | 55 | ÷ | 438 | 85 | + | 506 | 09 | 9 | | | | 062 | 76 | LBL |
| 371 | 43 | RCL | 439 | 43 | RCL | 507 | 65 | x | | | | 063 | 16 | A' |
| 372 | 39 | 39 | 440 | 11 | 11 | 508 | 43 | RCL | | | | 064 | 79 | Σ |
| 373 | 44 | SUM | 441 | 75 | - | 509 | 14 | 14 | | | | 065 | 42 | STO |
| 374 | 47 | 47 | 442 | 43 | RCL | 510 | 85 | + | | | | 066 | 17 | 17 |
| 375 | 52 | EE | 443 | 10 | 10 | 511 | 43 | RCL | | | | 067 | 71 | SBR |
| 376 | 95 | = | 444 | 65 | x | 512 | 10 | 10 | | | | 068 | 75 | - |
| 377 | 58 | FIX | 445 | 43 | RCL | 513 | 45 | Y ^x | | | | 069 | 76 | LBL |
| 378 | 02 | 02 | 446 | 22 | 22 | 514 | 01 | 1 | | | | 070 | 95 | = |
| 379 | 99 | PRT | 447 | 85 | + | 515 | 00 | 0 | | | | 071 | 43 | RCL |
| 380 | 91 | R/S | 448 | 43 | RCL | 516 | 65 | x | | | | 072 | 14 | 14 |
| 381 | 22 | INV | 449 | 10 | 10 | 517 | 43 | RCL | | | | 073 | 42 | STO |
| 382 | 58 | FIX | 450 | 33 | X ² | 518 | 13 | 13 | | | | 074 | 07 | 07 |
| 383 | 01 | 1 | 451 | 65 | x | 519 | 54 |) | | | | 075 | 43 | RCL |
| 384 | 22 | INV | 452 | 43 | RCL | 520 | 92 | RTN | | | | 076 | 15 | 15 |
| 385 | 44 | SUM | 453 | 21 | 21 | 521 | 76 | LBL | | | | 077 | 42 | STO |
| 386 | 40 | 40 | 454 | 75 | - | 522 | 85 | + | | | | 078 | 08 | 08 |
| 387 | 01 | 1 | 455 | 43 | RCL | 523 | 98 | ADV | | | | 079 | 69 | OP |
| 388 | 44 | SUM | 456 | 10 | 10 | 524 | 02 | 2 | | | | 080 | 12 | 12 |
| 389 | 41 | 41 | 457 | 45 | Y ^x | 525 | 09 | 9 | | | | 081 | 32 | X:T |
| 390 | 01 | 1 | 458 | 03 | 3 | 526 | 42 | STO | | | | 082 | 35 | 1/X |
| 391 | 44 | SUM | 459 | 65 | x | 527 | 00 | 00 | | | | 083 | 65 | x |
| 392 | 42 | 42 | 460 | 43 | RCL | 528 | 03 | 3 | | | | 084 | 43 | RCL |
| 393 | 01 | 1 | 461 | 20 | 20 | 529 | 04 | 4 | | | | 085 | 10 | 10 |
| 394 | 22 | INV | 462 | 85 | + | 530 | 42 | STO | | | | 086 | 55 | ÷ |
| 395 | 44 | SUM | 463 | 43 | RCL | 531 | 40 | 40 | | | | 087 | 53 | (|
| 396 | 43 | 43 | 464 | 10 | 10 | 532 | 02 | 2 | | | | 088 | 04 | 4 |
| 397 | 25 | CLR | 465 | 45 | Y ^x | 533 | 03 | 3 | | | | 089 | 65 | x |
| 398 | 03 | 3 | 466 | 04 | 4 | 534 | 42 | STO | | | | 090 | 89 | π |
| 399 | 32 | X:T | 467 | 65 | x | 535 | 41 | 41 | | | | 091 | 54 |) |
| 400 | 01 | 1 | 468 | 43 | RCL | 536 | 02 | 2 | | | | 092 | 65 | x |
| 401 | 44 | SUM | 469 | 19 | 19 | 537 | 09 | 9 | | | | 093 | 02 | 2 |
| 402 | 48 | 48 | 470 | 75 | - | 538 | 42 | STO | | | | 094 | 04 | 4 |
| 403 | 43 | RCL | 471 | 43 | RCL | 539 | 42 | 42 | | | | 095 | 95 | = |
| 404 | 48 | 48 | 472 | 10 | 10 | 540 | 02 | 2 | | | | 096 | 72 | STO |

Localizado-
res utiliza
dos no pro-
grama de
Theis:

| | | |
|-----|----|----|
| 001 | 11 | A |
| 011 | 12 | B |
| 017 | 13 | C |
| 031 | 14 | D |
| 039 | 19 | D' |
| 045 | 15 | E |
| 069 | 10 | E' |
| 140 | 17 | B' |
| 250 | 18 | C' |
| 370 | 55 | ÷ |
| 430 | 16 | A' |
| 522 | 85 | + |
| 546 | 75 | - |

2. Programa
de Jacob:

| | | |
|-----|----|-----|
| 000 | 76 | LBL |
| 001 | 11 | A |
| 002 | 98 | ADV |
| 003 | 99 | PRT |
| 004 | 23 | LNx |
| 005 | 72 | ST* |
| 006 | 07 | 07 |
| 007 | 32 | X:T |
| 008 | 91 | R/S |
| 009 | 76 | LBL |
| 010 | 12 | B |
| 011 | 99 | PRT |
| 012 | 72 | ST* |
| 013 | 08 | 08 |
| 014 | 78 | E+ |
| 015 | 71 | SBR |
| 016 | 85 | + |
| 017 | 91 | R/S |
| 018 | 76 | LBL |
| 019 | 13 | C |
| 020 | 42 | STO |
| 021 | 10 | 10 |
| 022 | 99 | PRT |
| 023 | 91 | R/S |
| 024 | 76 | LBL |
| 025 | 18 | C' |
| 026 | 42 | STO |
| 027 | 16 | 16 |
| 028 | 99 | PRT |

| | | | | | |
|-----|----|----------------|-----|----|----------------|
| 131 | 06 | 06 | 198 | 43 | RCL |
| 132 | 65 | x | 199 | 29 | 29 |
| 133 | 01 | 1 | 200 | 65 | x |
| 134 | 42 | STD | 201 | 02 | 2 |
| 135 | 06 | 06 | 202 | 93 | . |
| 136 | 43 | RCL | 203 | 02 | 2 |
| 137 | 32 | 32 | 204 | 05 | 5 |
| 138 | 23 | LNx | 205 | 55 | ÷ |
| 139 | 94 | +/- | 206 | 43 | RCL |
| 140 | 75 | - | 207 | 30 | 30 |
| 141 | 93 | . | 208 | 54 |) |
| 142 | 05 | 5 | 209 | 34 | √x |
| 143 | 07 | 7 | 210 | 91 | R/S |
| 144 | 07 | 7 | 211 | 76 | LBL |
| 145 | 02 | 2 | 212 | 85 | + |
| 146 | 95 | = | 213 | 42 | STO |
| 147 | 42 | STO | 214 | 32 | 32 |
| 148 | 05 | 05 | 215 | 43 | RCL |
| 149 | 02 | 2 | 216 | 32 | 32 |
| 150 | 00 | 0 | 217 | 23 | LNx |
| 151 | 36 | PGM | 218 | 94 | +/- |
| 152 | 07 | 07 | 219 | 75 | - |
| 153 | 11 | A | 220 | 93 | . |
| 154 | 00 | 0 | 221 | 05 | 5 |
| 155 | 36 | PGM | 222 | 07 | 7 |
| 156 | 07 | 07 | 223 | 07 | 7 |
| 157 | 12 | B | 224 | 02 | 2 |
| 158 | 43 | RCL | 225 | 85 | + |
| 159 | 32 | 32 | 226 | 43 | RCL |
| 160 | 36 | PGM | 227 | 32 | 32 |
| 161 | 07 | 07 | 228 | 95 | = |
| 162 | 13 | C | 229 | 87 | IFF |
| 163 | 87 | IFF | 230 | 00 | 00 |
| 164 | 00 | 00 | 231 | 18 | C ⁻ |
| 165 | 18 | C ⁻ | 232 | 91 | R/S |
| 166 | 91 | R/S | 233 | 76 | LBL |
| 167 | 76 | LBL | 234 | 95 | = |
| 168 | 18 | C ⁻ | 235 | 00 | 0 |
| 169 | 65 | x | 236 | 87 | IFF |
| 170 | 43 | RCL | 237 | 00 | 00 |
| 171 | 27 | 27 | 238 | 18 | C ⁻ |
| 172 | 55 | ÷ | 239 | 91 | R/S |
| 173 | 53 | (| | | |
| 174 | 04 | 4 | | | |
| 175 | 65 | x | | | |
| 176 | 89 | π | | | |
| 177 | 65 | x | | | |
| 178 | 43 | RCL | | | |
| 179 | 31 | 31 | | | |
| 180 | 54 |) | | | |
| 181 | 95 | = | | | |
| 182 | 22 | INV | | | |
| 183 | 86 | STF | | | |
| 184 | 00 | 00 | | | |
| 185 | 99 | PRT | | | |
| 186 | 91 | R/S | | | |
| 187 | 76 | LBL | | | |
| 188 | 19 | D ⁻ | | | |
| 189 | 86 | STF | | | |
| 190 | 00 | 00 | | | |
| 191 | 16 | A ⁻ | | | |
| 192 | 76 | LBL | | | |
| 193 | 10 | E ⁻ | | | |
| 194 | 53 | (| | | |
| 195 | 43 | RCL | | | |
| 196 | 31 | 31 | | | |
| 197 | 65 | x | | | |

Localizado-
res utiliza-
dos no pro-
grama de
W(u):

| | | |
|-----|----|----------------|
| 001 | 11 | A |
| 010 | 12 | B |
| 017 | 13 | C |
| 030 | 14 | D |
| 035 | 15 | E |
| 040 | 16 | A ⁻ |
| 069 | 17 | B ⁻ |
| 101 | 65 | x |
| 168 | 18 | C ⁻ |
| 188 | 19 | D ⁻ |
| 193 | 10 | E ⁻ |
| 212 | 85 | + |
| 234 | 95 | = |