

# MODELO PARA GESTÃO DE ÁGUAS SUBTERRÂNEAS

**Carlos Ruberto Fragoso Júnior<sup>1</sup>; Christopher Freire Souza<sup>2</sup>; Cleuda Custódio Freire<sup>3</sup> & Diogo Costa Buarque<sup>4</sup>**

**Resumo** – Tendo em vista a grande carência de instrumentos que auxiliem aos órgãos gestores para a implementação da outorga da água subterrânea, propõe-se, neste trabalho, um modelo que consta da combinação de simulação e otimização (S/O) com o objetivo de subsidiar a análise dos pleitos em aquíferos. O modelo S/O foi desenvolvido em ambiente MATLAB sendo a simulação do fluxo executada através do método dos elementos finitos. Considera-se, para a otimização, além da sustentabilidade do aquífero, a operacionalidade dos poços. Um cenário foi concebido para verificação da aplicabilidade do modelo S/O e os resultados obtidos indicam que a ferramenta atende aos objetivos propostos.

**Abstract** – Considering the huge lack of tools to help the administration bodies to the groundwater use water right implementation, its proposed, by this article, a model which is made by the combination of simulation and optimization (S/O) intending to assist the water usage analysis. The S/O model was developed in a MATLAB environment with the flows simulation made by the finite element method. Regarding to the optimization, its considered the aquifer's sustenance and the water pumps operations. One scenerie was conceived to verify the S/O model's aplicability and the obtained results proves that this tool answers to the proposed objectives.

**Palavras-chave** – Outorga, Otimização, Elementos finitos

## INTRODUÇÃO

A água é um recurso mineral multifuncional, vulnerável, finito e escasso, de valor relevante no bem estar de qualquer comunidade [1] [2]. Com o crescimento populacional e as novas necessidades de consumo do homem, a demanda pelo uso da água aumenta aliada a uma diminuição

---

<sup>1</sup> Bolsista do PIBIC/CNPq da Universidade Federal de Alagoas – Residencial Jardim do Farol, Bloco – B5, aptº 204, Gruta de Lourdes, Maceió – AL, tel. 338-1218, crfjunior@zipmail.com.br

<sup>2</sup> Bolsista do PIBIC/CNPq da Universidade Federal de Alagoas – Rua Hugo Correia Paes, 670 - Gruta de Lourdes, 57050-730, Maceió – AL, tel. (0\*\*82) 338-9298, christophersouza@hotmail.com

<sup>3</sup> Professora do Departamento de Águas e Energia/ CTEC / UFAL – Campus A. C. Simões – Tabuleiro dos Martins – Maceió-AL. 57072-970, tel. (0\*\*82) 214-1273, cleudafreire@bol.com.br

<sup>4</sup> Bolsista do PET/Sesu de Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas – Alameda Santo Antônio, 677-Farol, 57055-358, Maceió – AL, tel. (0\*\*82) 241-1080, diogocb@hotmail.com

da oferta em termos de qualidade e quantidade. Devido a sua importância, faz-se necessário buscar meios eficientes para administrar seus usos e conflitos.

A criação de leis com o objetivo de ordenar e estabelecer regras para o uso da água, como a implantação de instrumentos operacionais que proporcionem quantificar, controlar e conservar os recursos hídricos se fez então necessária e, em alguns casos, foi atribuído valor econômico aos recursos hídricos com a finalidade de incentivar a racionalização do uso e dar ao usuário uma indicação do seu real valor [3].

A Política Nacional de Recursos Hídricos instituída pela Lei 9.433 de 8 de janeiro de 1997 preconiza o uso de cinco instrumentos de gestão dos recursos hídricos:

- I - os Planos de Recursos Hídricos;
- II - o enquadramento dos corpos de água em classes, segundo os usos preponderantes da água;
- III - a outorga dos direitos de uso de recursos hídricos;
- IV - a cobrança pelo uso de recursos hídricos;
- V - o Sistema de Informações sobre Recursos Hídricos.

Os recursos hídricos subterrâneos, semelhante aos superficiais, são também objetos de gestão, uma vez que ambos compõem o ciclo hidrológico. A procura pela água subterrânea vem crescendo rapidamente em todo o mundo estimulada não só pela degradação da água superficial, mas também por seus próprios atributos como, por exemplo, boa qualidade e baixo custo [3]. A outorga da água superficial atualmente já está sendo bastante fluente nos órgãos gestores estaduais e federal, porém, no caso da água subterrânea, as dificuldades para a implementação ainda são grandes em virtude da falta de instrumentos que auxiliem a estes órgãos.

A aplicação de um modelo de simulação, através dos elementos finitos, aliado a um modelo de otimização é proposto com o objetivo de contribuir para o processo de emissão da outorga, visto que esta ferramenta considera além do aspecto físico do aquífero a sua melhor gestão.

## **REVISÃO**

### **Legislação**

A Lei Federal 9.433/97 institui a Política Nacional de Recursos Hídricos, a qual incorpora princípios, normas e padrões de gestão da água, representando um marco institucional em nosso país. Nela, encontram-se cinco instrumentos essenciais à boa gestão do uso da água. O primeiro instrumento é o Plano Nacional de Recursos Hídricos, o segundo é a Outorga de Direito de Uso dos Recursos Hídricos, o terceiro é a Cobrança pelo uso da água, o quarto é o Enquadramento dos Corpos d'água em classes de uso e, finalmente, o quinto é o Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos. Dentre estes instrumentos, a outorga constitui o elemento central do controle

para o uso racional dos recursos hídricos, sendo um instrumento pelo qual o usuário recebe uma autorização, uma concessão ou uma permissão, a depender da política de recursos hídricos local, para fazer uso da água.

A outorga consiste em atribuir à pessoa física ou jurídica o direito de uso das águas superficiais e/ou subterrâneas por um período de tempo determinado [4], devendo preservar o uso múltiplo destas.

De acordo com o artigo 11 da Lei Federal 9.433/97, “o regime de outorga de direitos de uso de recursos hídricos tem como objetivos assegurar o controle qualitativo e quantitativo do uso das águas e o efetivo exercício dos direitos de acesso à água”.

Estão sujeitos à outorga pelo órgão gestor os direitos dos seguintes usos de recursos hídricos [2]:

- ✓ a derivação ou captação de parcela de água existente em um corpo hídrico, para consumo final, inclusive abastecimento público ou insumo de processo produtivo;
- ✓ extração de água de aquífero subterrâneo para consumo final ou insumo de processo produtivo;
- ✓ lançamento em corpo de água de esgotos e demais resíduos líquidos ou gasosos, tratados ou não, com o fim de sua diluição, transporte ou de disposição final;
- ✓ aproveitamento de potenciais hidrelétricos;
- ✓ outros usos que alterem o regime, a quantidade ou a qualidade da água existente em um corpo de água.

Mas, tanto a lei federal quanto as leis estaduais, preconizam a isenção de outorga de direito de uso para aqueles usos considerados insignificantes. As regulamentações estaduais da outorga estabelecem os critérios que classificam a abstração neste patamar e, para o caso de abstração da água subterrânea, os Estados de Alagoas e Rio Grande do Norte consideraram abstrações insignificantes àquelas com base quantitativa não excedente a 1000 litros por hora. Este valor varia de Estado para Estado, no caso de Pernambuco são considerados pequenos usos aqueles cujas captações são destinadas exclusivamente ao uso doméstico ou rural com profundidade inferior a 20 metros ou com vazão até 5 m<sup>3</sup>/dia e, ainda, poços com caráter exclusivo de pesquisa. Para o Ceará não se exigirá outorga de direito de uso de água na hipótese de captação direta na fonte, superficial ou subterrânea, cujo consumo não exceda 2000 litros por hora. Para a Bahia este valor é de 0,5 litros por segundo e em Minas gerais atribuiu-se esta definição aos Comitês de Bacia Hidrográfica, com a aprovação do Conselho Estadual de Recursos Hídricos, tendo em vista a especificidade de cada região, quer para mananciais superficiais quer para aquíferos subterrâneos [3].

## Elementos Finitos

O método dos elementos finitos vem sendo vastamente aplicado em diversos problemas relacionados aos recursos hídricos, como na caracterização da circulação de fluxo, para a discretização espacial do problema [5] e no acompanhamento da exploração de aquíferos, para a simulação do escoamento em meio poroso [6].

## Otimização

A otimização também é parte importante para uma análise mais eficaz das solicitações de outorga em qualquer área, obtendo as extrações ótimas, mantendo a sustentabilidade do aquífero e a operacionalidade dos poços sem causar danos às características físicas do sistema.

Este campo vem sendo utilizado em muitos trabalhos, nos mais variados setores, como nas redes de postos pluviométricos, onde sua utilização visa um menor desperdício de recursos [7]; no cálculo de redes de irrigação, com a finalidade de maximizar os benefícios relativos ao uso da água [8], como também de minimizar os custos [9].

Esta técnica é também empregada na gestão de sistemas de adução, para minimizar a variação média das vazões e diminuir o pico das captações [10] e em sistemas de abastecimento d'água para otimizar a operação de sistemas que possuam estações de bombeamento, reservatórios de regularização e outros componentes [11], como também para a minimização dos custos de implantação e manutenção do sistema [12].

Utiliza-se no gerenciamento de águas, para a obtenção da solução ótima numa situação crítica de disponibilidade de água e na extração da regra operativa ótima para estas condições críticas [13] e na gestão de águas subterrâneas, para otimização da exploração da mesma [14].

Na operação de reservatórios [15] [16] [17], em sistemas de abastecimento d'água [15] [18], como também neste trabalho, emprega-se a otimização para dar subsidio aos órgãos gestores das bacias. Outro fato interessante é a combinação de simulação e otimização também estar presente nas áreas de operação de sistemas de reservatórios [15] [17], e na análise da alocação da água, conjuntamente com uma lógica difusa [13].

## METODOLOGIA

### Equação governante

A equação diferencial governante para um aquífero homogêneo com fluxo no plano xy é dada por:

$$-\left(a_{11} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + a_{12} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right) + f(x, y) = 0 \text{ em } \Omega \quad (1)$$

onde  $a_{11}$  e  $a_{12}$  (assumidas constantes) são os coeficientes de permeabilidade ( $m/dia$ ) ao longo das direções  $x$  e  $y$ , respectivamente,  $\phi$  é a carga piezométrica ( $m$ ), medido de uma referência de nível (geralmente na base do aquífero),  $f$  é a taxa de bombeamento [ $m^3/(dia.m)$ ] e  $\Omega$  é o domínio analisado. As condições de contorno naturais e essenciais associadas com a equação acima são:

Natural:

$$a_{11} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot n_x + a_{12} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot n_y = \phi_n \text{ em } \Gamma_1 \quad (2)$$

Essencial:

$$\phi = \phi_0 \text{ em } \Gamma_2 \quad (3)$$

onde  $\Gamma_1$  e  $\Gamma_2$  são as parcelas do contorno  $\Gamma$  de  $\Omega$  tal que  $\Gamma_1 + \Gamma_2 = \Gamma$ .

### Método dos Elementos Finitos

A técnica dos elementos finitos é particularmente indicada para domínio com características hidrológicas heterogêneas e, principalmente, quando apresenta fronteiras geometricamente irregulares. Há grande liberdade na escolha da geometria dos elementos de discretização com possibilidade de moldar adequadamente o domínio discretizado com o domínio real. Evidentemente, essa liberdade maior de ajuste com elementos finitos em relação às células de discretização utilizadas no método das diferenças finitas tem um custo: o de exigir maior elaboração matemática para a obtenção do sistema de equações algébricas, cuja solução fornece os valores nodais das cotas piezométricas [19].

Para facilitar o entendimento dos procedimentos do método, será utilizada a equação do movimento permanente da água em um aquífero confinado horizontal, expressa por (Pinder & Gray, 1977);

$$L(\phi) \equiv -\left( a_{11} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + a_{12} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + Q_{po} \cdot \delta(x - x_{po}) \cdot \delta(y - y_{po}) = 0 \quad (4)$$

sendo  $Q_{po}$  a vazão bombeada pelo poço localizado em  $(x_{po}, y_{po})$ ,  $po = 1, 2, \dots, N_{po}$ ;  $\delta(x - x_p)$  e  $\delta(y - y_p)$  as funções de Dirac, definidas por:

$$\delta(x - x_p) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = x_p \\ 0 & \text{se } x \neq x_p \end{cases} \quad (5)$$

$$\delta(y - y_p) = \begin{cases} 1 & \text{se } y = y_p \\ 0 & \text{se } y \neq y_p \end{cases} \quad (6)$$

O método dos elementos finitos a ser apresentado, a seguir, utiliza o método dos resíduos ponderados para o ajuste da solução aproximada e o método de Galerkin para a obtenção do sistema de equações independentes [19].

O domínio  $\Omega$  é subdividido em elementos finitos com geometria e dimensões variáveis em função das características geométricas do domínio.

Tomando-se um elemento triangular qualquer (figura 1), definido pelas coordenadas dos vértices ou nós, o valor aproximado da carga piezométrica,  $\phi(x, y)$ , em um ponto qualquer,  $P(x, y)$ ,

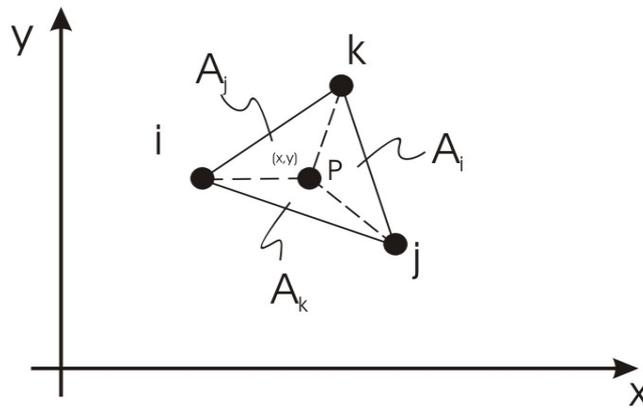


Figura 1 – Elemento finito triangular

no interior do subdomínio,  $\Omega_e$ , pode ser determinado em função dos valores de  $\phi$  nos nós do elemento, por interpolação linear, isto é:

$$\hat{\phi}_p = N_i \cdot \hat{\phi}_i + N_j \cdot \hat{\phi}_j + N_k \cdot \hat{\phi}_k \quad (7)$$

sendo  $N_i$ ,  $N_j$  e  $N_k$  funções de interpolação associadas aos nós  $i$ ,  $j$  e  $k$ . Esses nós podem ser designados por uma enumeração local ou do elemento, isto é, as seguintes correspondências podem ser utilizadas:  $i \rightarrow 1$ ,  $j \rightarrow 2$  e  $k \rightarrow 3$ . As funções de interpolação para elemento finito triangular são definidas pelas seguintes expressões (Pinder & Gray, 1977);

$$N_i(x, y) = \frac{A_i}{A} \quad (8)$$

$$N_j(x, y) = \frac{A_j}{A} \quad (9)$$

$$N_k(x, y) = \frac{A_k}{A} \quad (10)$$

sendo  $A$  a área do elemento e  $A_i$ ,  $A_j$  e  $A_k$  as áreas parciais relativas aos nós  $i$ ,  $j$  e  $k$ , respectivamente, definidas na figura 1. Por definição, tem-se  $0 \leq N_r \leq 1$  para  $r : i, j, k$  e  $N_i + N_j + N_k = 1$ .

Através de relações algébricas que expressam as áreas parciais, obtém-se:

$$N_i(x, y) = [(x_j \cdot y_k - x_k \cdot y_j) + (y_j - y_k) \cdot x + (x_k - x_j) \cdot y] / (2 \cdot A) \quad (11)$$

$$N_j(x, y) = [(x_k \cdot y_i - x_i \cdot y_k) + (y_k - y_i) \cdot x + (x_i - x_k) \cdot y] / (2 \cdot A) \quad (12)$$

$$N_k(x, y) = [(x_i \cdot y_j - x_j \cdot y_i) + (y_i - y_j) \cdot x + (x_j - x_i) \cdot y] / (2 \cdot A) \quad (13)$$

sendo  $(x_r, y_r)$  as coordenadas de um nó qualquer e A a área do elemento expressa pelo determinante:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (14)$$

Com uma solução aproximada,  $\hat{\phi}(x, y)$ , a equação do movimento,  $L(\hat{\phi})$ , em geral, não satisfará a condição  $L(\hat{\phi}) = 0$ . No entanto, é possível obter uma solução aproximada tal que a integração sobre o domínio seja nula, ou seja, é possível estabelecer uma solução aproximada tal que os desvios positivos e negativos sejam autocompensáveis ao longo do domínio. Adotando esse critério, a minimização dos desvios é obtida com a seguinte expressão (Wang & Anderson, 1982);

$$\int_{\Omega} L(\hat{\phi}) \cdot w \cdot d\Omega = 0 \quad (15)$$

sendo w uma função de ponderação definida sobre todo o domínio. Dentre muitas opções de seleção das funções de ponderação, é conveniente a escolha das funções de interpolações,  $N_k(x, y)$ , pela facilidade de integração dos termos da equação resultante.

A equação acima pode ser decomposta em integrais por elemento, ou seja:

$$\sum_e \int_{\Omega_e} L(\hat{\phi}) \cdot N_s \cdot d\Omega = 0, \quad s = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

## Otimização

Em geral, o modelo de otimização é constituído por uma função objetivo  $F(V_1, V_2, \dots, V_n)$  que se quer maximizar ou minimizar, onde,  $V_1, V_2, \dots, V_n$  são as *variáveis de decisão* do problema. Além da função objetivo, comparecem também as m funções de restrições definidas pelo usuário  $g_i(V_1, V_2, \dots, V_n)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , que determinam a região viável das variáveis de decisão [20]. Assim, pode-se representar o problema de otimização através da expressão:

$$\text{Max (Min) } F(V_1, V_2, \dots, V_n) \quad (17)$$

sujeito à restrições do tipo:

$$r_1(V_1, V_2, \dots, V_n) > p_1; < p_1; = p_1 \quad (18)$$

$$r_2(V_1, V_2, \dots, V_n) > p_2; < p_2; = p_2 \quad (19)$$

$$r_m(V_1, V_2, \dots, V_n) > p_m; < p_m; = p_m \quad (20)$$

onde  $b_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  são *parâmetros* do modelo.

A *solução ótima* do sistema é a que corresponde ao conjunto de valores de  $V_1, V_2, \dots, V_n$  que satisfaz as equações (1) e (2). Quando esse conjunto de valores satisfaz apenas a equação (2), chama-se de *solução viável*.

Um caso particular do modelo geral de otimização indicado pelas equações (1) e (2) é obtido quando a função objetivo e o conjunto de restrições forem lineares, resultando numa técnica de otimização conhecida como *programação linear*. A programação linear foi a que mais se desenvolveu e a que apresenta maior número de aplicações, principalmente em diversas áreas do planejamento e da operação de sistemas de recursos hídricos onde são bem sucedidas.

Para a otimização do problema aqui estudado, foram utilizados alguns conceitos básicos ligados à formulação do modelo de otimização, como os do cálculo integral e diferencial, os de funções, continuidades de funções e derivada parcial e total, a partir da natureza física do problema. Foi feita, também, uma análise da solução do modelo para o chamado *problema com restrições*.

### **Modelo Simulação/Otimização**

O modelo de simulação/otimização(S/O) proposto [21 ] tem o objetivo de calcular as cargas piezométricas em cada nó, visualizar as linhas de mesmo potencial de carga em conjunto com o fluxo das águas no aquífero e, ainda, otimizar um sistema de extração de fontes pontuais definidas pelo usuário afim de contribuir na tomada de decisões para a emissão da outorga de direito de uso do corpo hídrico.

Após a concepção do modelo é necessário definir uma discretização no domínio, vale ressaltar que quanto mais refinada for a malha de discretização melhor será o resultado fornecido pelo modelo. Logo após esta etapa, o usuário deverá fornecer ao modelo os dados de entrada, ou seja, valores prescritos das fontes e condições de contorno, para que o programa, através da resolução do sistema de equações, possa dar como resposta à solução numérica. Em seguida, o modelo otimizará uma possível solução de extração de água nos poços, de acordo com uma função objetivo e suas respectivas restrições apresentada abaixo[21].

Função objetivo:

$$F_{obj} = \sum_{i=1}^n Q_i \text{ (maximizar)} \quad (21)$$

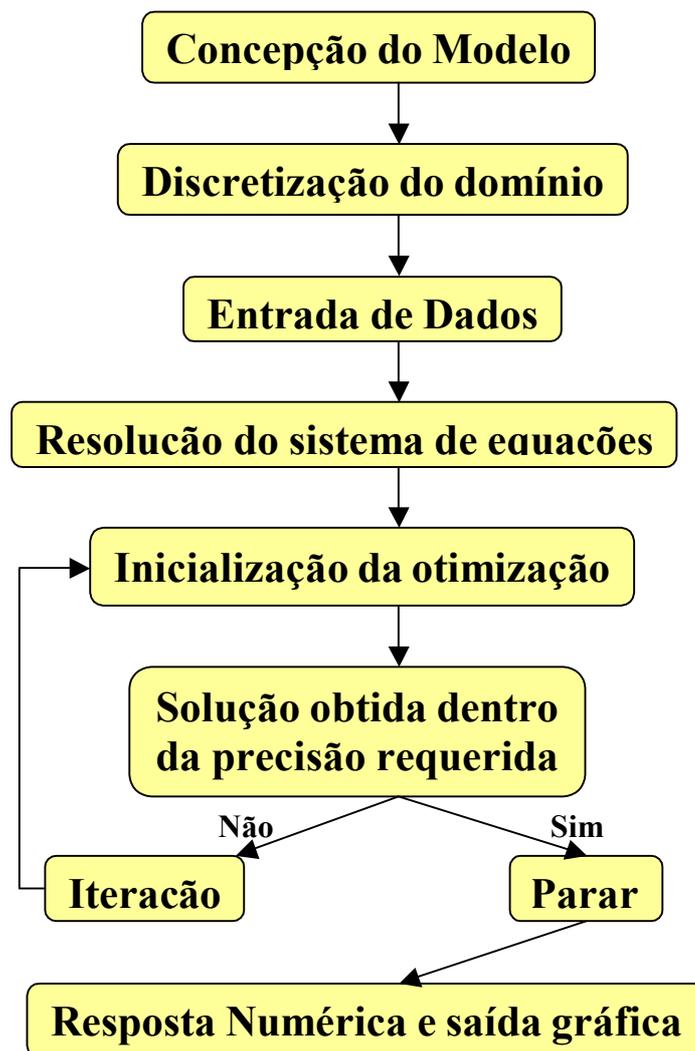
Restrições:

$$1) \sum_{i=1}^n Q_i \leq \text{Recarga do aquífero}, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (22)$$

$$2) Q_{\min} \leq Q_i \leq Q_{\max} ; \quad (23)$$

$$3) \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \Lambda & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \Lambda & \delta_{2n} \\ M & M & O & M \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \Lambda & \delta_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ M \\ Q_n \end{Bmatrix} \leq 0,8 \cdot \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ M \\ \phi_n \end{Bmatrix} \quad (24)$$

sendo  $Q_i$  a vazão de retirada no poço  $i$ ,  $Q_{\min}$  e  $Q_{\max}$  são as vazões mínima e máxima que poderão ser concebidas nos  $n$  poços definidos pelo usuário e  $\delta_{ij}$  é o rebaixamento unitário por unidade de vazão do poço  $i$  provocado pela extração no poço  $j$ .



Fluxograma 1 – Esquema do código de programação

## APLICAÇÃO

Considere um aquífero hipotético retangular (1050m x 600m), com uma recarga de 863  $m^3/dia$ , no domínio  $\Omega$  (figura 2), contornado por um material impermeável ( $\partial\phi/\partial n = 0$ ) em três lados e em dos seus lados por uma carga piezométrica constante de 100 m ( $\phi = 100m$ ). Um rio está passando através do aquífero, infiltrando a uma taxa de 0,5  $m^3/dia$  por unidade de largura (metros).

Um conjunto de bombas será inserido conforme a necessidade de cada cenário sugerido, bombeando a uma taxa que será otimizada de acordo com as restrições definidas pelo usuário.

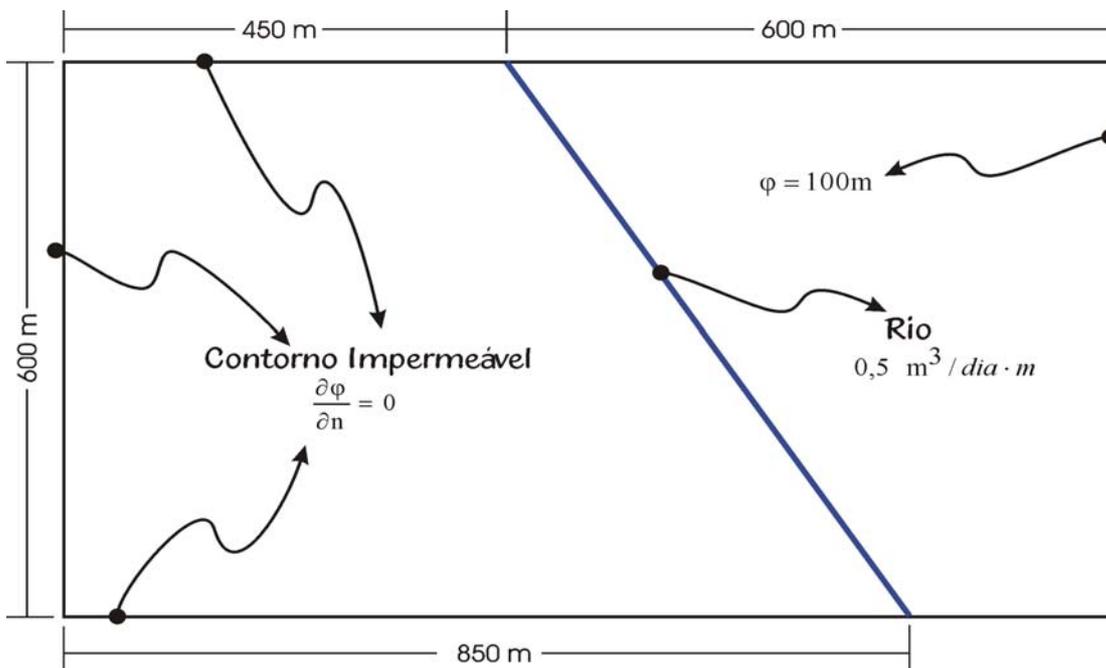


Figura 2 – Representação esquemática do problema sugerido

Uma vez escolhido o método dos elemento finitos para a determinação da solução numérica, foi necessário definir uma discretização do domínio  $\Omega$  (figura 3). Tal discretização proporcionou uma grade de 64 elementos triangulares não uniformes e 45 nós os quais estão conectando devidamente os elementos que serão utilizados no domínio do modelo. O rio separa a interface de contorno entre os elementos (33, 35, 37, 39) e (26, 28, 30, 32). Note que não existe bomba localizada nestes nós. As componentes de forças geradas devido a linha de fonte distribuída (rio) e algumas fontes pontuais (bombas), prescritas pelo usuário afim de otimizá-las, devem ser calculadas. Os cálculos das matrizes de coeficiente dos elementos deverão ser feitos pelas rotinas que serão demonstradas.

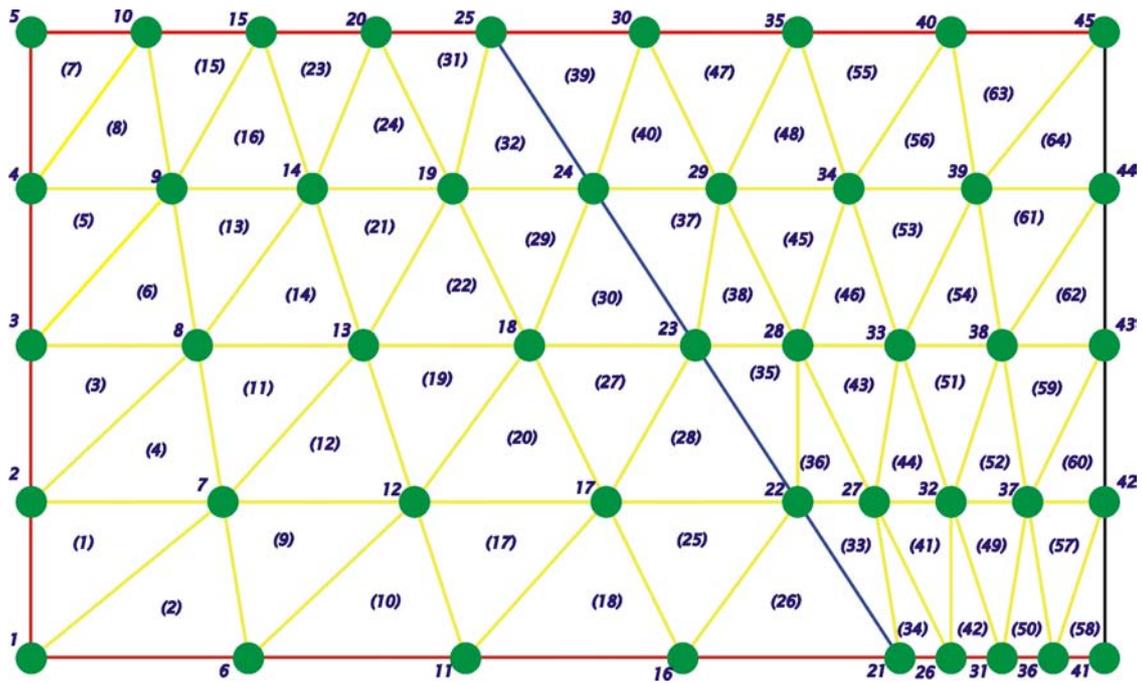


Figura 3 – discretização do domínio, 64 elementos e 45 nós

Primeiramente, considere a fonte linear. Podemos visualizar o rio como uma fonte de intensidade constante de  $0,5 [m^3/(dia.m)]$ . Como o comprimento do rio é dividido igualmente pelos nós de 21 até 25 (Figura 4), ou seja, em quatro seções, podemos computar a contribuição de infiltração do rio para cada nó, resolvendo as integrais:

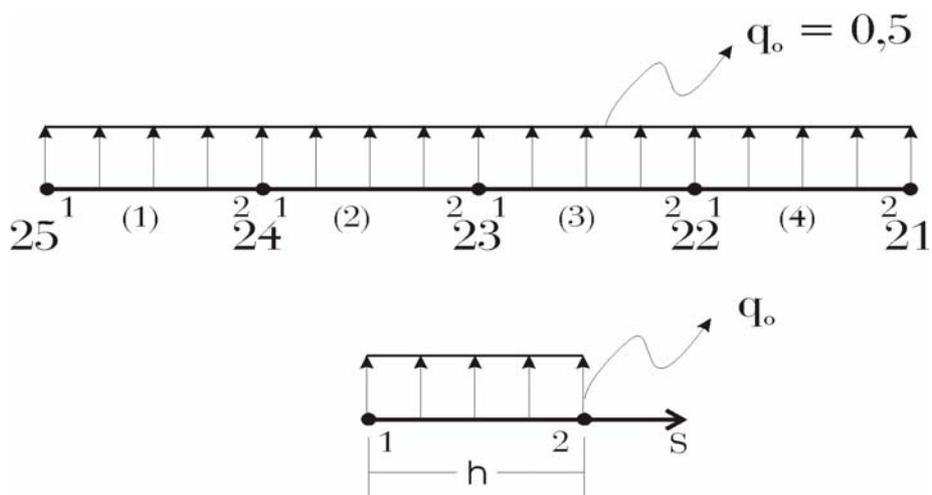


Figura 4 – Representação das parcelas de integração da fonte linear (rio)

$$\text{Nó 21: } \int_0^h (0,5) \cdot \psi_1^{(1)} \cdot ds \quad (25)$$

$$\text{Nó 22: } \int_0^h (0,5) \cdot \psi_2^{(1)} \cdot ds + \int_0^h (0,5) \cdot \psi_1^{(2)} \cdot ds \quad (26)$$

$$\text{Nó 23: } \int_0^h (0,5) \cdot \psi_2^{(2)} \cdot ds + \int_0^h (0,5) \cdot \psi_1^{(3)} \cdot ds \quad (27)$$

$$\text{Nó 24: } \int_0^h (0,5) \cdot \psi_2^{(3)} \cdot ds + \int_0^h (0,5) \cdot \psi_1^{(4)} \cdot ds \quad (28)$$

$$\text{Nó 25: } \int_0^h (0,5) \cdot \psi_2^{(1)} \cdot ds \quad (30)$$

Para intensidade constante  $q_0$  e a interpolação linear das funções  $\psi_1(s) = 1 - s/h$  e  $\int_0^h (0,5) \cdot \psi_2^{(1)} \cdot ds$ , a contribuição destas integrais é bem conhecida:

$$\int_0^h q_0 \cdot \psi_i \cdot ds = q_0 \cdot h/2 \quad (31)$$

onde:

$$h = \frac{1}{4} \cdot (400^2 + 600^2) = 180,278m$$

$$q_0 = 0,50$$

Depois, consideramos a contribuição de uma fonte pontual. Existem três possíveis situações da localização da fonte pontual; a primeira é que a mesma fique no interior do elemento, neste caso deve-se transportar linearmente sua contribuição para os nós; a segunda é que a fonte pontual se situe na interface de dois elementos, neste caso repete-se o procedimento da primeira situação; o terceiro caso é que a fonte pontual fique exatamente no nó, esta situação será adotada no modelo devido sua praticidade.

Assim temos:

$$U_{41} = U_{42} = U_{43} = U_{44} = U_{45} = 100$$

$$F_{21} = 45,07; F_{22} = F_{23} = F_{24} = 90,14; F_{25} = 45,07;$$

As forças globais dos nós 1 até 20; 269 até 28; 30 até 34 e 36 até 40 são iguais a zero. Estas informações completam a geração do modelo de elemento finito do problema, restando apenas definir qual será o cenário a ser inserido no domínio do modelo. Vale ressaltar que o modelo será solucionado numericamente com o auxílio do programa MATLAB e seus TOOLBOXES (funções auxiliares que pertencem ao programa).

Considere, então, um cenário hipotético de uma zona rural a qual predomina um certo cultivo que necessita de  $70 \text{ m}^3/\text{h}$ , com uma vazão contínua de  $0,35 \text{ litro}/(\text{s}.\text{ha})$ , irrigado por gotejamento, o qual precisará de três bombas com capacidade de bombeamento mínima de  $240 \text{ m}^3/\text{dia}$ . As fontes pontuais (poços) foram posicionadas nos nós 8, 18 e 33, apresentando os seguintes resultados:

Tabela 1 – valores de bombeamento dos poços

Poços	Valores de bombeamento( $\text{m}^3/\text{dia}$ )
1	287.6582
2	287.6645
3	287.6773
Soma	863

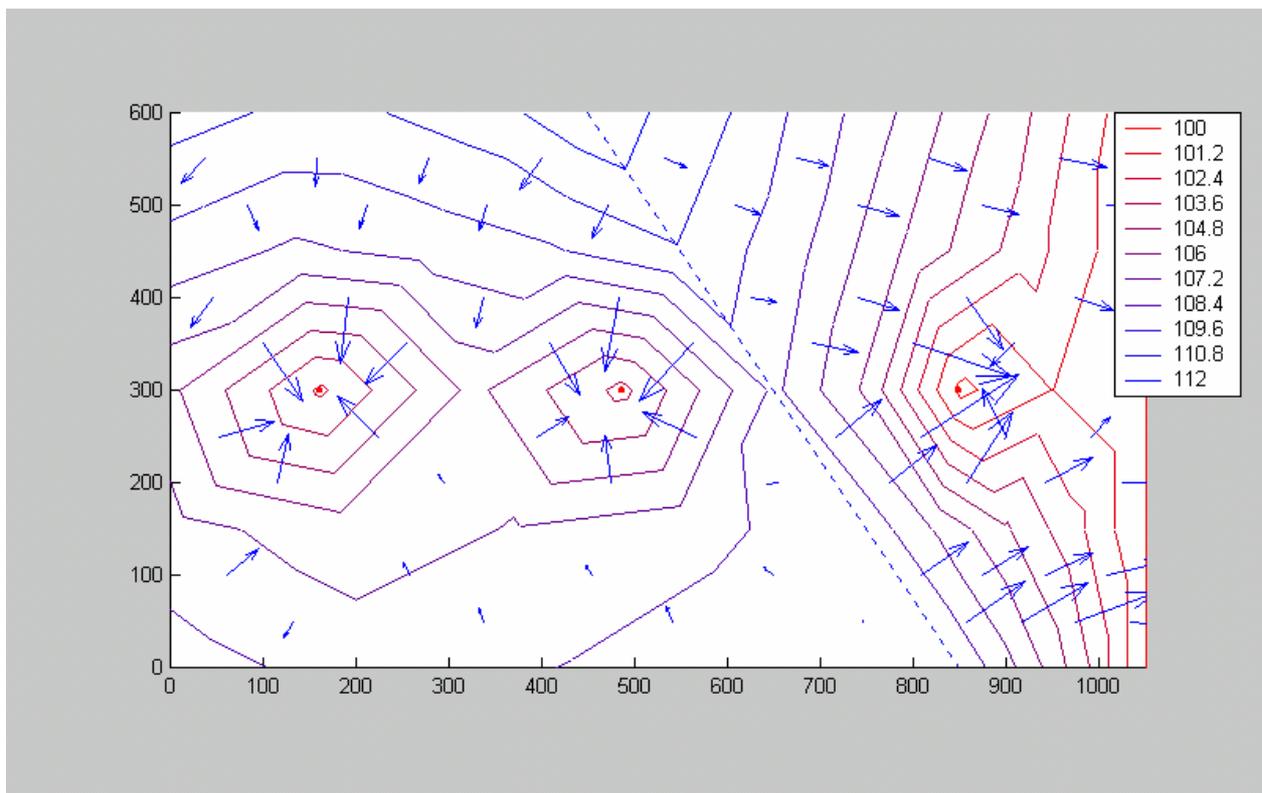


Figura 5 – Representação das linhas equipotenciais de carga piezométrica e fluxo das águas no aquífero

## RESULTADOS

Observando os aspectos físicos do aquífero e da região onde se encontra, além da utilização de um cenário para simulação que se traduz numa situação hipotética de estudo, nota-se que o programa apresentou resultados esperados como uma indicação do fluxo da água quando do bombeamento, as isolinhas de cargas piezométricas e os valores ótimos de vazão que cada bomba pode captar atendendo as restrições adotadas.

Para o cenário estudado observou-se que a demanda total solicitada para irrigação supera a recarga do aquífero. Assim, de acordo com os resultados da otimização obtidos através do modelo S/O proposto, o órgão gestor não poderia conceder a outorga conforme o que foi requerido. Quando algumas das restrições não são satisfeitas o modelo alertará ao usuário da impossibilidade de atendê-las, devendo então o usuário adequar o seu pedido a sustentabilidade do aquífero.

## DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O Método dos Elementos Finitos é considerado eficiente e bastante utilizado em problemas de engenharia, fato comprovado no problema de fluxo de águas subterrâneas aqui proposto. Deve-se observar que esse método foi aplicado a uma situação específica onde a malha de discretização foi feita sem possibilidade, à priori, de refinamento. Essa possibilidade poderá, e deverá ser feita, com a continuidade deste trabalho.

Partindo dos cenários idealizados, podemos verificar a obtenção de resultados satisfatórios com relação às vazões admissíveis, uma vez que as mesmas estão enquadradas em um intervalo definido e satisfazem as restrições prescritas pelo usuário. O modelo tem a possibilidade de analisar qualquer tipo de aquífero, ou seja, foi desenvolvido de maneira genérica também permitindo o estudo de casos de aquíferos com contornos irregulares, o que só vem a engrandecer o papel do mesmo como subsidiador na tomada de decisões junto aos órgãos gestores das bacias.

É de grande importância que sejam verificadas as características físicas do aquífero em questão, bem como as vazões de bombeamento amparadas pela legislação da localidade a ser estudada. Não levar em consideração estes fatores, ou apenas cometer algum equívoco quando da utilização dos mesmos, pode acarretar numa análise mal realizada, interferindo negativamente na boa gestão do aquífero.

Este estudo leva em consideração, até este ponto, a análise quantitativa ótima da extração de água subterrânea através de poços com coordenadas pré-definidas pelo usuário. Aperfeiçoamentos futuros podem vir a tornar este programa mais completo, como uma possível análise quanto aos dados topográficos da região, um maior ou menor refinamento da malha de elementos finitos e/ou o desenvolvimento de uma interface gráfica, em ambiente MATLAB, proporcionando um melhor manuseio do usuário junto ao programa.

## CONCLUSÕES

É notório que, ao levar em consideração as características físicas do sistema e garantir a sustentabilidade do aquífero, o modelo apresenta-se como uma importante ferramenta de auxílio na análise de solicitações de outorga, uma vez que o mesmo indica as captações máximas possíveis para emissão da mesma, de acordo com as restrições predeterminadas, fornecendo informações ao órgão gestor acerca das tomadas de decisões.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- [1] – Figueiredo, L. C. C. & Rubert, O.A.V., Processo de Análise para Concessão de Outorga do Direito de Uso de Águas Superficiais, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [2] – Lei Nº 9.433 de 8 de janeiro de 1997, Política Nacional de Recursos Hídricos.
- [3] – Freire, C. C., Kirchheim, R. E. & Cota, S. S., Análise dos Efeitos Hidrogeológicos da Isenção de Outorga, IV Diálogo Interamericano de Gerenciamento de Águas, Foz do Iguaçu/PR, 2001.
- [4] - Buarque, D. C., Filho, A. F. S., Júnior, C. R. F., Souza, C. F. & Freire, C. C., Situação Atual da Outorga de Uso da Água no Estado de Alagoas, II Seminário Internacional / CYTED – XVII, Salvador/BA, 2002.
- [5] - Cunha, C. L. da N. ; Rosman, P. C. C. & Monteiro, T. C. N., Caracterização da circulação hidrodinâmica bidimensional da Baía de Sepetiba, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001..
- [6] - Cirilo, J. A. ; Cabral, J. J. S. P. ; França, H. P. M. de & Neto, B. G. M. V., Utilização de modelos matemáticos para acompanhamento da exploração de aquíferos confinados ou semi-confinados, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [7] - Kikkawa , O.; Abe, K. & Santos, R. W. N. , Otimização de uma rede de postos pluviométricos, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [8] - Curi, W. F. & Curi, R. C. , CISDERGO : Cropping and Irrigation System Design with Reservoir and Groundwater (Optimal) Operation, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.

- [9] - Filho, M. L. , Cálculo otimizado de redes de irrigação, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [10] - Francato, A. L. & Barbosa, P. S. F. , Gestão otimizada de um sistema de macro adução na região metropolitana de São Paulo, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [11] - Santana, G. C. & Soares, S. , Otimização da Operação de Sistemas de Abastecimento de Água, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [12] - Brant, J. M. C. ; Naghettini, M. & Palmier L. R. , Otimização de redes de distribuição de água de abastecimento utilizando algoritmos genéticos, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [13] - Jr, A. V. M. ; Porto, R. La L. & Doratioto G. , Sistema generalizado para análise de alocação de água, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [14] - Santos, P. R. P. dos ; Nobre, M. de M. M. Programa de gerenciamento das águas subterrâneas do Pólo Petroquímico de Camaçari, IX Congresso Brasileiro de Águas Subterrâneas – ABAS, 1996.
- [15] - Lima, H. V. C. & Lanna, A. E. L. , Operação “ótima” de sistemas de reservatórios – Aplicação ao sistema de abastecimento da região metropolitana de Fortaleza, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [16] - Curi, W. F. & Curi, R. C. , ORNAP : Optimal Reservoir Network Analysis Program, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [17] - Filho, S. S.; Vinhal, C. D. N.; Júnior, G. da C. & Ferreira, R. F. , Regras de operação de Reservatórios para otimização da operação energética de sistemas hidroelétricos, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.
- [18] - Almeida, R. de & Barbosa, P. S. F. , Operação ótima de sistemas de distribuição de água via modelo de programação não linear inteira mista, XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Aracajú/SE, 2001.

- [19] Righetto, A.M., Hidrologia e Recursos Hídricos, Publicação EESC-USP, São Carlos – SP, 1ª Edição, p. 819, 1998.
- [20] Barth, F. T., Pompeu, C. T., Fill, H. D., Tucci, C. E. M., Kelman, J. & Braga Jr, B. P. F., Modelos Para Gerenciamento de Recursos Hídricos, Nobel/ABRH, São Paulo, p.526, 1987.
- [21] Freire, C. C..2002. Instrumentos de outorga e cobrança aplicados à água subterrânea. Tese de Doutorado. Instituto de Pesquisa Hidráulicas/UFRGS.